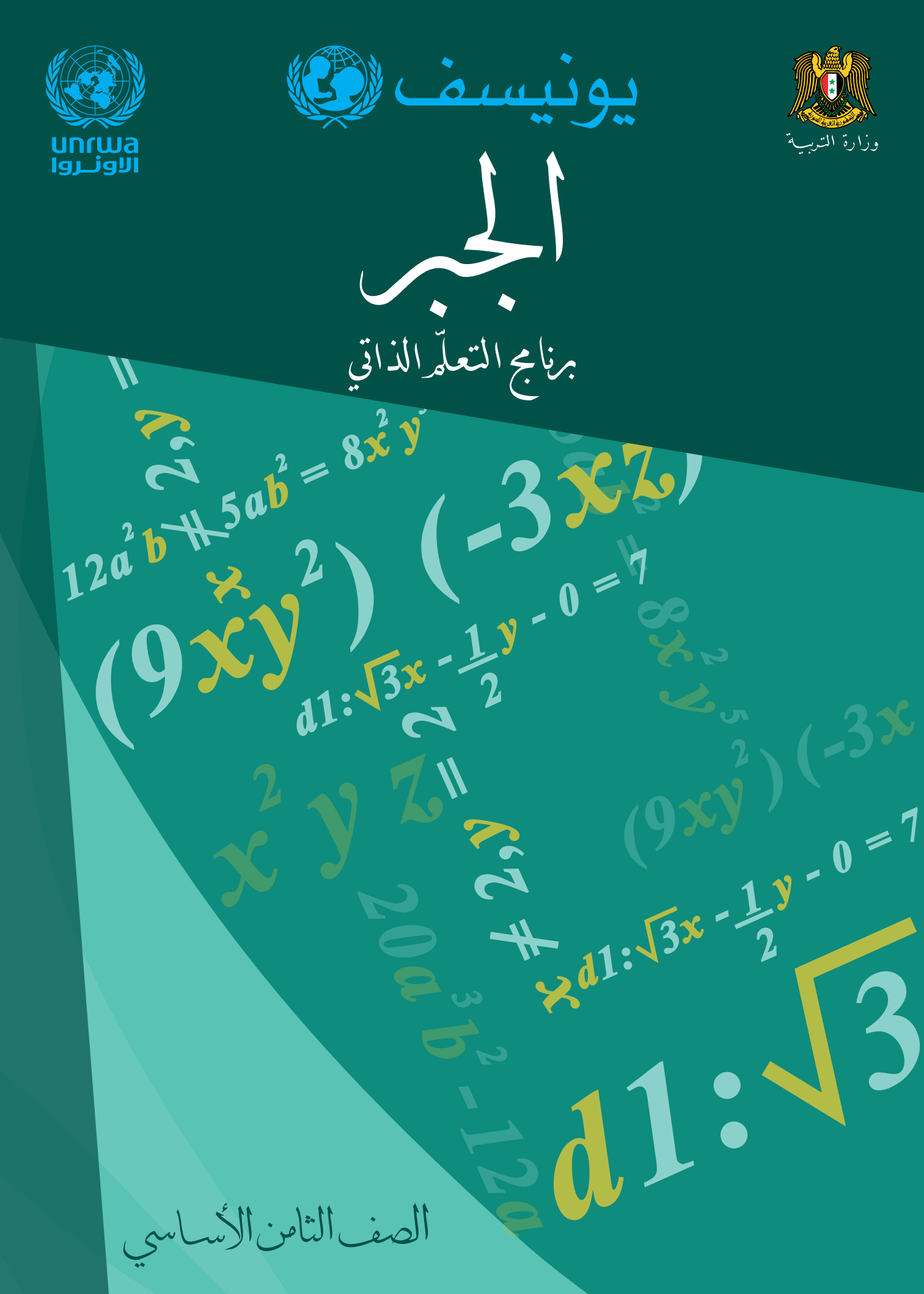

unrwa
الاونروا
يونيسف
وزارة التربية
الجبر
برنامج التعلّم الذاتي
الصف الثامن الأساسي

الجبر

برنامج التعلّم الذّاتيّ

الصف الثامن الأساسي

المقدمة

هذه مادة من مواد التعلم الذاتي نقدمها لطلابنا في الصف الثامن وتتضمن التركيز على المهارات الأساسية في كتاب الجبر مادة الرياضيات

وهذه المادة موجهة للطلاب الذين لم يستطيعوا الوصول إلى المدرسة لتلقي التعليم في الغرفة الصفية لتكون لهم عوناً على التعلّم، كما تساعد الطلاب على التعلَم في حال عدم توفر الكتاب المدرسي.

ويمكن أن يستفيد من هذه المادة المدرس والطالب داخل المدرسة والغرفة الصفية في حال تمكّن الطلاب من الوصول إلى المدرسة وفي حال توفّر الكتاب المدرسي بين يديه او لم يتوفر.

علماً أن هذه المادة تسير وفق منهجية الكتاب المدرسي وما تضمنه من وحدات وفصول وأنشطة وتدريبات واضيفت بعض الأنشطة الإثرائية مع حلولها وبعض التمارين التي تتضمنت حلاً جزئياً لتكون عونا للطالب في تتمة حل التمرين وبقية التمارين والتدريبات.

وكل ما يجده الطالب أو المدرس من أنشطة وتدريبات وتعليقات غير واردة في الكتاب المدرسي هي عبارة عن إثراء ت أُدخلت إلى هذه المواد لتغنيها وتعين الطلاب على امتلاك المهارات المطلوبة، كما اضيف في نهاية كل وحدة اختباراً شاملاً لها.

ولقد اعتمدت هذه المادة على المصادر الآتية: الكتاب المدرسي (دليل المدرس)

كما تساعد الطلاب على اكتساب المهارات والمعارف والحقائق والمبادئ والقيم والاتجاهات (الواردة في المنهاج المقرر لمادة الجبر للصف الثامن)

وهذه المهارات الأساسية هي:

1. تحليل البيانات
2. الأنماط الجبرية
3. الأعداد العشرية والكسرية
4. النسبة والتناسب
5. العمليات على الأعداد النسبية
6. الاحتمالات

نأمل مراعاة تسلسل الوحدات الواردة في هذه المادة وطريقة بنائها، أي عدم الانتقال من وحدة إلى أخرى قبل الانتهاء من دراسة وفهم الوحدة بشكل كامل. ومن الضروري تخصيص وقتا كافيا في الأسبوع لمراجعة المواد والموضوعات التي تمت دراستها.

ارشادات لكيفية التعامل مع أوراق التعلم الذاتي لكتاب الثامن

بنيت اوراق التعلم جميعها بروح واستراتيجية واحدة بدءا من صفحة الوحدة المتضمنة عناوين دروس الوحدة ومن ثم تسلسل الدروس وكل درس يبدأ بأهداف الدرس تحت اسم (ما ستتعلمه) في هذا الدرس ومن ثم مادة التعلم متضمنة المتطلبات الأساسية لكل درس تحت اسم (تذكر) ومن ثم مادة التعلم الجديدة وبعدها تأتي الأمثلة المحلولة و وتليها انشطة محلولة بشكل جزئي على المتعلم أن يتابع حلها.

كي يختبر الطالب المعلومات والمهارات التي اكتسبها من كل درس عليه حل تدريبات الدرس.

أ. يرجى الانتباه الى مراعاة تسلسل الوحدات والدروس في مادة التعلم الذاتي اثناء التعلم والالتزام بحل الأنشطة والتدريبات لكل درس من دروس الوحدة ومن ثم حل تدريبات الوحدة وبعد ذلك يختبر الطالب نفسه ذاتيا مدى استيعابه لمفاهيم الوحدة بحل اختبار الوحدة.

ب. على المتعلم أن يخصص وقتا كافياً ومناسباً لدراسة المادة والتدرب على المهارات المطلوبة وذلك يحتاج ما يقارب اربع ساعات اسبوعيا .

توصية:

كي يتأكد المتعلم من صحة حلوله عليه ان يقارنها بالأمثلة المحلولة في الدروس أو بالتمارين المشابهة لها و المتضمنة ارشادات للحل أو يستعين بالمشرف المكلف إن وجد لتقديم النصح والتوجيهات المناسبة باستعمال طرائق بديلة لتذليل الصعوبات عند المتعلم.

نتمنى لكم التوفيق

الفهرس

الوحدة الأولى: تحليل البيانات

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	تنظيم البيانات وتمثيلها	8
الثاني	تنظيم جديد البيانات الاحصائية وتمثيلها	15
الثالث	مخطط الانتشار	18
الرابع	مقاييس النزعة المركزيّة	20

الوحدة الثانية: الأنماط الجبريّة

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	المجموعات	26
الثاني	القوانين والمتغيّرات	33
الثالث	ترتيب وإجراء العمليات	36
الرابع	القيمة المطلقة	39
الخامس	ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة	45
السادس	حل المعادلات	50
السابع	ترتيب الأعداد الصحيحة	56
الثامن	المتراجحات ((المتباينات))	60

الوحدة الثالثة: الأعداد العشريّة والكسور

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	مقارنة وترتيب الكسور العشريّة	66
الثاني	التقدير عن طريق التقريب	69
الثالث	قوى العدد (10) والصورة العلميّة لعدد ما	74
الرابع	تحليل الأعداد إلى عواملها الأوليّة	79
الخامس	العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر	84
السادس	مقارنة الكسور	91

الوحدة الرابعة: النسب والمعدلات والتناسب

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	تقدير النسب والمعدلات	98
الثاني	حل التناسب	101
الثالث	تقدير النسبة المئوية لعدد وإيجادها	105
الرابع	علاقة النسبة المئوية بالأعداد الصحيحة والكسور	107
الخامس	حل مسائل بمعادلات تتضمن نسبة مئوية	110
السادس	تزايد وتناقص النسب المئوية	111

الوحدة الخامسة: العمليّات على الأعداد النسبيّة

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	الكسور العاديّة والأعداد الكسريّة	114
الثاني	تقدير الكسور العاديّة والأعداد الكسريّة	118
الثالث	الأعداد النسبيّة ومقارنتها	120
الرابع	العمليّات على الأعداد النسبيّة	130
الخامس	قوى العدد	145
السادس	مستوي الإحداثيّات	152

الوحدة السادسة: الاحتمال

الدرس	عنوان الدرس	رقم الصفحة
الأول	طرائق العد	162
الثاني	التباديل	165
الثالث	التراتيب	168
الرابع	التجربة العشوائية	171
الخامس	حساب الاحتمال	173

الدرس الأول

تنظيم البيانات وتمثيلها

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. تنظيم البيانات.
2. تمثيل البيانات بالخطوط والأعمدة.
3. تمثيل البيانات بالدّائرة.

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ: البيانات عبارة عن جملة من الأعداد مثل علامات الطلاب، أطوال الطلاب، عدد الصفوف، أرقام السيّارات ... الخ.

أمثلة

لدينا أطوال التلاميذ في الصف الثامن ل 14 طالباً وطالبة على الشكل التالي:

144, 135, 135, 144, 135, 132, 140, 130, 132, 144, 140, 132, 135, 144

الأطوال بالترتيب	العلامات التكراريّة لكلّ بيان	عدد التكرارات
130	|	1
132	|||	
135	||||	4
140		
144		

من خلال الجدول يمكن معرفة تكرار كلّ الأطوال من تلك العينة بعلامة تكراريّة، والرّقم بعدد التكرارات من العلامات التكراريّة في الجدول المعروض السابق.

وننظّم الجدول التالي:

الأطوال	130	132	135	140	144
التكرارات	1		4		

ملاحظة

من خلال الجدول السابق يمكن تنظيم بيانات الأطوال ومعرفة الطول الأكثر شيوعاً.

تعلّم

يمكن أن ينظم البيان الإحصائيّ بجول يسمّى جولاً تكراريّاً.

أولاً: تنظيم البيانات

نشاط

لنقم بتمثيل البيانات الآتية: عند سؤالنا لطلاب الصّف الثامن عن شهر مولدهم كانت الإجابات على الشكل الآتي:

شباط ، آذار ، شباط ، أيّار ، نيسان ، حزيران ، أيّار ، شباط ، نيسان ، آب ، آب ، نيسان ، تموز ، نيسان

تموز ،آذار ، شباط ، حزيران ، شباط ، حزيران ، نيسان ، شباط ، أيّار، نيسان ، تموز ، شباط ، آب.

لنقم بملء الجدول التالي كما فعلنا في السابق:

الأشهر	العلامة التكراريّة	عدد التكرارات
شباط	𝍸 |	

الأشهر	العلامة التكراريّة	عدد التكرارات
آذار		
نيسان		
أيّار		
حزيران		
تموز		
آب		

1. ماذا نسمّي هذا الجدول ؟ .....
2. ما هو الشهر الذي ولد فيه أكثر الطلاب ؟ .....
3. ما هو عدد الطلاب المولودين في شهر كانون الأوّل ؟ .....
4. هل يمكن أن نوسّع الجدول على كامل الأشهر ؟ .....

علّل إجابتك ؟ .....

.....

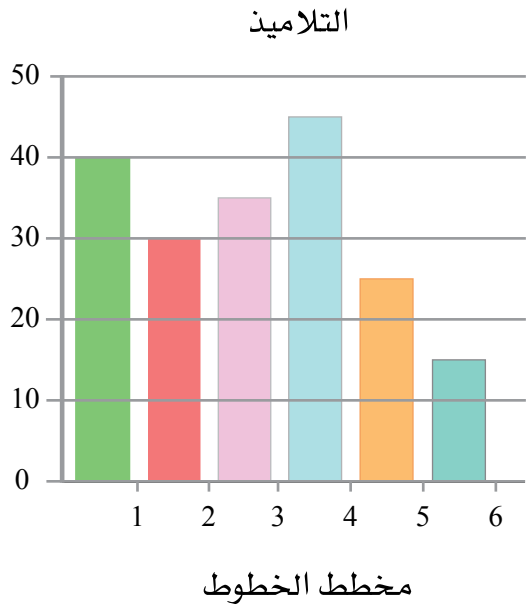
ثانياً: تمثيل البيانات بالخطوط والأعمدة

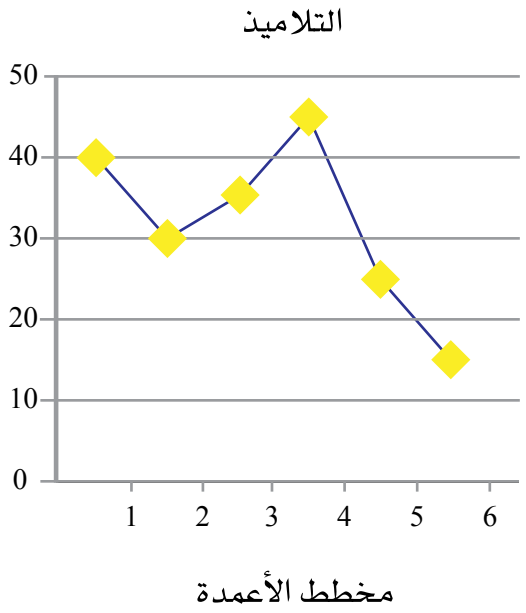
تذكّر

درسنا في الصّف السابق تمثيل البيانات في مخطّطات عدّة منها (مخطّط الأعمدة، مخطّط الصّور، مخطّط السابق والأوراق، مخطّط الخطوط .....) وكيفيّة قراءتها.

لنتذكّر: تمثيل البيانات في مخطّط الخطوط والأعمدة على الشكل الآتي:

عن ماذا يعبّر كلّ من المخطّطين السابقين؟





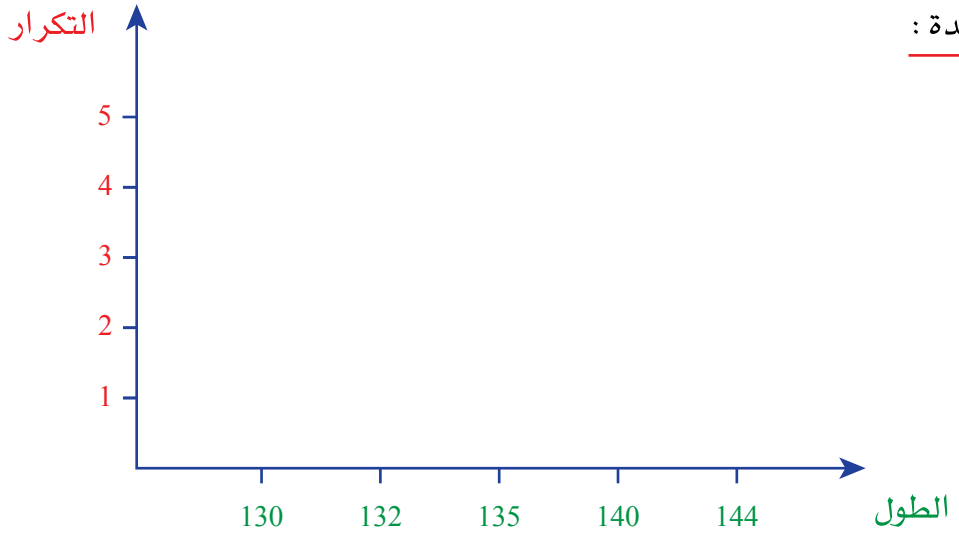
- ما هو الفرق بين المخطّطين؟
- هل يوضّح كلّ من المخطّطين عن البيانات الموجودة فيه؟
- ما هو عدد الطلاب في كلا الشعبتين؟
- ما هي الشعبة التي تحتوي على عدد طلاب أكثر ؟ وهل يوضّح الشكل ذلك؟

تعلّم

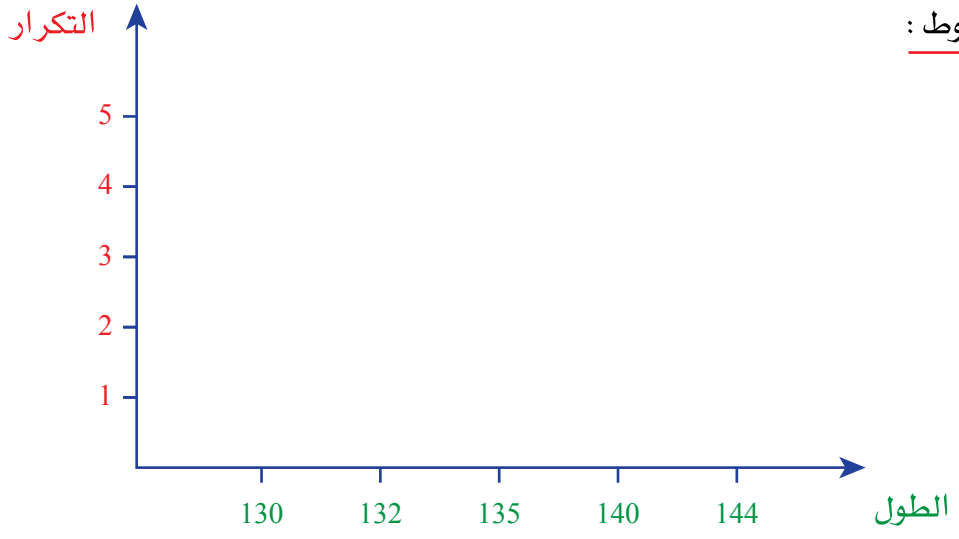
مخطّط الأعمدة ومخطّط الخطوط: هو عبارة عن مخطّط مؤلف من نصفي مستقيمين يعبّرعن قيمة التكرار في النصف الشاقوليّ ونوع التكرار في النصف الأفقيّ، ويقوم التكرار بتحديد الارتفاع أو الانخفاض في ذلك.

الآن وبشكل بسيط لنقم بتمثيل البيانات في أطوال التلاميذ وأشهر ولادتهم في مخطّطي الأعمدة والخطوط ولنبدأ في المثال الأوّل:

مخطط الأعمدة :



مخطط الخطوط :



بالطريقة نفسها نمثّل المواليد في أشهر السنة بالمخططين السابقين لنقم بذلك لتزداد معرفة أكثر وتستطيع قراءة ورسم جميع المخطّطات المشابهة لهذه المخطّطات بكلّ سهولة.

ثالثاً: تمثيل البيانات بالدّائرة

تذكّر

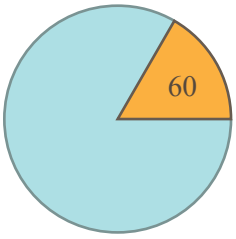
1. قياس قوس الدّائرة (القرص الدّائريّ) بالدّرجات هو 360°.

2. القطاع الدّائريّ هو جزء من القرص الدّائريّ وله قياس محدّد بزاوية نحدّدها لاحقاً.

3. اعتبار البيانات كلّها هي الدّائرة وأنّ كلّ تكرار يمثّل قطاع دائري من القرص الدّائريّ.

مثال

لدينا في الشكل التالي الدّائرة تحتوي على قطاع دائري قياسه 60°



نشاط

لدينا البيان الإحصائيّ الآتي حول مجموعة من أعمار الطلاب والطالبات مؤلفة من 30 طالباً وطالبة:

العمر	12	15	16	18	المجموع
التكرار	6	8	6	10	30

لحساب قياس القطاع الدّائري أو الزاوية لكلّ تكرار نقوم باستخدام القانون الآتي: الزاوية $= \frac{\text{التكرار} \times 360}{\text{مجموع التكرارات}}$

- زاوية العمر 12 سنة $= \frac{12 \times 360}{30} = 144^{\circ}$
- زاوية العمر 15 سنة $= \frac{12 \times .....}{30} = ...$
- زاوية العمر 16 سنة = ...

- زاوية العمر 18 سنة = ...
- مجموع الزوايا الناتجة = ...
- نقوم برسم القطاعات الدّائريّة بالدّائرة فنجد المخطّط الدّائري لها

ملاحظة

يمكن تلوين القطاعات الدّائريّة بألوان مختلفة للتمييز.

الآن لنقم بحلّ التمرين الآتي:

لدينا البيان الإحصائيّ لعيّنة من الطلاب والطالبات مؤلفة من (60) حول الخضروات المفضلة لديهم وكانت على الشكل التالي:

النوع	قرنبيط	خس	ملفوف	خيار	سبانخ	المجموع
التكرار	10	16	12	8	12	60
الزاوية						

- ارسم القطاعات الدّائريّة.

الآن باستطاعتنا معرفة جميع المعلومات حول الرّسم البيانيّ بالأعمدة والخطوط والدّائريّ.

معلومة عامة

تفيد المخطّطات السابقة في الرّبط مع العلوم الأخرى مثل الطب والفلك ...الخ.

الدرس الثاني

تنظيم جديد
البيانات الإحصائيّة وتمثيلها

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. االجدول التكراري الفئوي.
2. المدرّج التكراري.

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ: البيانات عبارة عن جملة من الأعداد مثل علامات الطلاب، أطوال الطلاب، عدد الصفوف، أرقام السيّارات ...الخ.

ولكن يمكن أن تكون البيانات بشكل فئات أو فئوي.

أمثلة

لدينا درجات الطلاب في الصّف الثامن ل 20 طالب وطالبة في مادة ما على الشكل التالي:

32, 27, 11, 19, 21, 22, 7, 37, 25, 9, 8, 32, 40, 30, 32, 12, 40, 23, 35, 17

تأمّل الجدول ثمّ أكمله:

الدّرجة	العلامات التكراريّة لكلّ بيان	عدد التكرارات
من 0 إلى أقلّ من 10	|||	3
من 10إلى أقلّ من 20		
من 20 إلى أقلّ من 30		
من 30 إلى 40	||| 𝍸	8

من خلال الجدول يمكن معرفة تكرار كلّ الدّرجات من تلك العيّنة بعلامة تكرارية في الجدول الأوّل والرّقم بعدد التكرارات من العلامات التكراريّة في الجدول المعروض السابق.

وننظّم الجدول التالي: (أكمله حسب المعطيات السابقة).

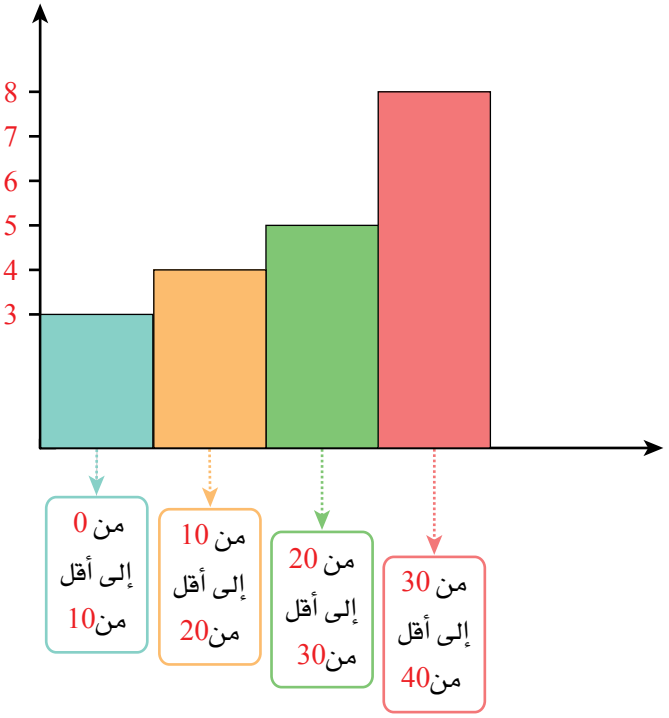
فئات الدّرجات	من 0 إلى أقلّ من 10	من 10إلى أقلّ من 20	من 20 إلى أقلّ من 30	من 30 إلى 40
التكرارات	3			8

تعلّم

إنّ الجدول الفئوي هو جدول تكراري ولكن يختلف عنه من حيث:

- أنّه مقسّم إلى فئات كلّ فئة لها حدّان أدنى وأعلى.
- نضع ضمن الفئات البيانات المحصورة بين الحدّ الأدنى والأعلى لكلّ فئة.
- نضع التكرار حسب عدد البيانات التي حدّدت.
- نستخدم الجدول الفئوي في البيانات التي يمكن أن تقسم إلى فئات متساوية.

ويمكن تمثيل البيانات السابقة في مخطّط الأعمدة ويكون على الشكل التالي:



تعلّم

إنّ مخطّـط الأعمدة للجدول الفئوي لا يختلف عـن مخطّط الأعمدة للجدول التكراريّ العادي وإنّما يختلف عنه بأنّ الأعمدة تكون متلاصقة بجانب بعضها. ونسمّي ذلك **بالمدرّج التكراري**.

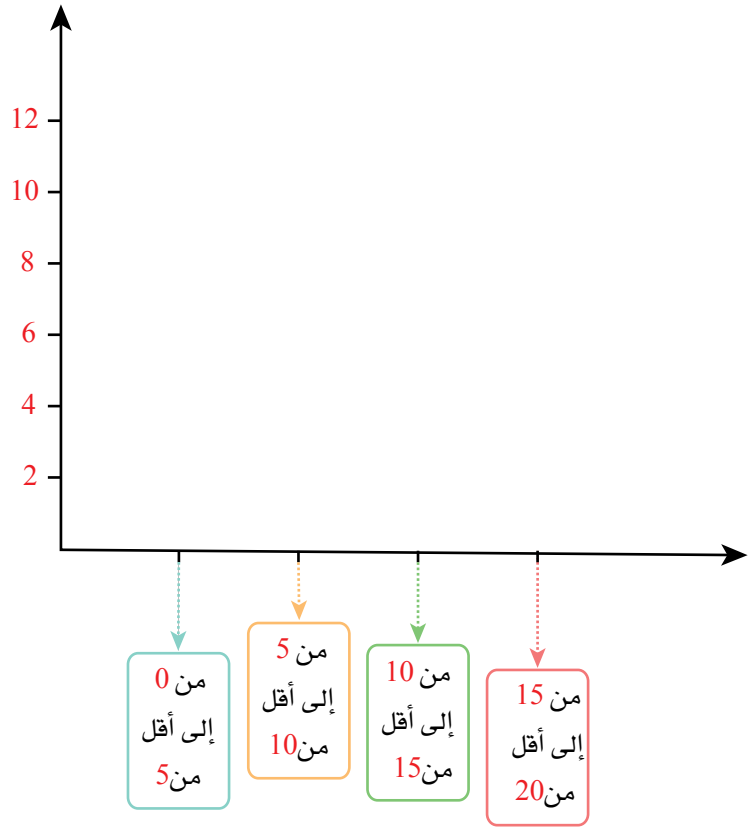
تمرين

لدينا البيان الإحصائيّ التالي حول عدد ساعات العمل التي يقوم بها نخبة من العمال خلال العمل الإضافيّ وهي على الشكل التالي:

3, 19, 17, 8, 1, 7, 2, 5, 4, 11, 10, 3, 4, 14, 15, 9, 10, 1, 3, 2, 2, 11, 5, 2, 3

فئات ساعات العمل	من 0 إلى أقلّ من 5	من5إلى أقلّ من 10	من10 إلى أقلّ من 15	من15 إلى 20
التكرارات				

ثمّ مثّل ذلك الجدول بمدرّج تكراريّ؟



الدرس الثالث

مخطّط الانتشار

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. مخطّط الانتشار.
2. خطّ الاتجاه العام.

تذكّر

المخطّطات البيانيّة التي درستها هي عبارة عن جملة من البيانات المفردة.

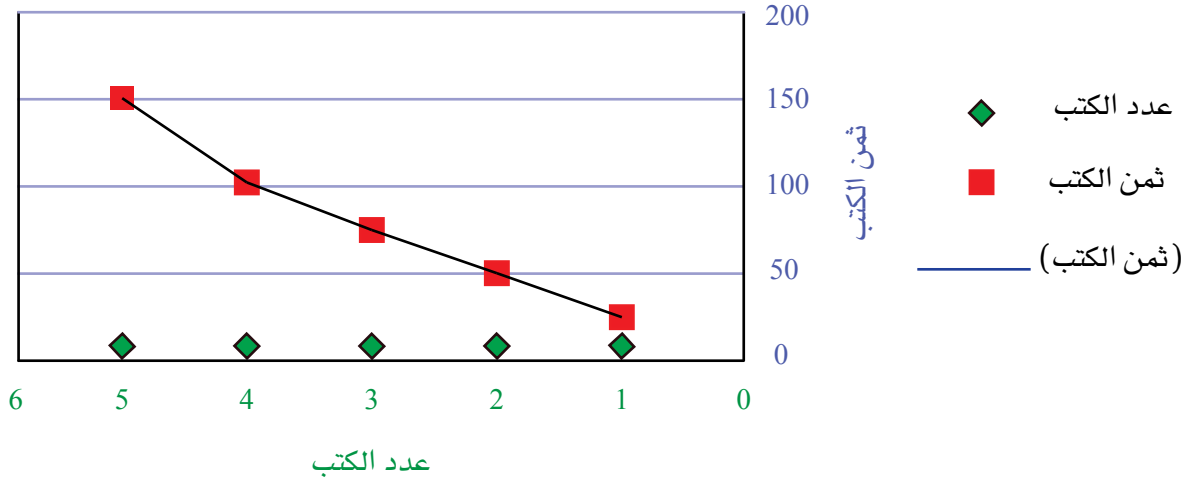
مثل: علامات الطلاب، أطوال الطلاب، عدد الصفوف، أرقام السيّارات.... الخ.

ولكن يمكن أن تكون البيانات على هيئة أزواج من البيانات مثل: سعر، عدد، طول، عمر، ثمن وتكلفة.... الخ.

سنعرض في هذا المثال الجدول الآتي:

عدد الكتب	3	4	6	8	12
ثمن الكتب	25	50	75	100	150

لنقم بتمثيل هذا الجدول بمخطّط على الشكل الآتي:



لاحظ من المخطّط أنّه كلّما ازداد بعد النقطة نحو اليسار ازداد بعدها نحو الأعلى أي: كلّما ازداد عدد الكتب ازداد ثمنها. نسمّي ذلك بالنزعة في مخطّط الانتشار

ملاحظة

عنـد وجـود نزعة في مخطّط الانتشـار ونلاحظ وجود مسـتقيم يصـل بشـكل تقريبيّ بين تلـك النقاط ندعوه **خط الاتجاه العام** ويكون ذا اتجاه موجب للأعلى، وذا اتجاه سالب للأسفل.

لكي يحتوي أيّ مخطّط على نزعة يجب:

- أن يكون المخطّط مخطط انتشار
- أن يكون هناك توافق بين القيمتين، أي كلّما ازدادت إحداهما ازدادت الأخرى وكلّما نقصت إحداهما نقصت الأخرى أو كلما ازدادت إحداهما نقصت الأخرى.
- وخلاف ذلك نقول: إنّ مخطّط الانتشار لا يحتوي على نزعة

لنناقش المثال التالي

سعر الكتاب	130	100	85	75	50
عدد النسخ المطلوبة	1	3	4	5	6

نلاحظ أنّه كلّما قلّ سعر الكتاب كان عدد الكتب المطلوبة .....

وكلّما ازداد عدد النسخ المطلوبة كان سعر الكتاب .....

ماذا يكون اتجاه الخطّ العام .....

إنّ خطّ الاتجاه العام يتوافق مع وجود نزعة في مخطّط الانتشار ويأخذ اتجاهاً موجباً أو سالباً

الدرس الرابع

مقاييس النزعة المركزيّة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. حساب المتوسّط الحسابيّ في جدول تكراري.
2. حساب الوسيط.

تذكّر

- المتوسّط الحسابيّ: لمجموعة من البيانات المفردة:هو مجموع تلك المفرداتمقسوماً على عدد تلك المفردات. ورمزنا للمتوسّط الحسابيّ بـ $\overline{x}$.
- الوسيط: لمجموعة من البيانات هو العدد الذي يتوسّط البيانات بعد ترتيب البيانات تلك إمّا تصاعديّاً أو تنازليّاً. ويأخذ قيمة واحدة إذا كان عدد المفردات فرديّاً، ويأخذ مجموع القيمتين في الوسط مقسوماً على 2 إذا كان زوجيّاً ويرمز للوسيط بالرمز $\tilde{x}$.
- المنوال لبيان إحصائيّ ما: هو المفردة الأكثر تكراراً بين المفردات ويرمز للمنوال بالرّمز M.

لنناقش المثال الآتي

لدينا البيان الإحصائيّ الدالّ على عدد الحواسيب المباعة خلال أسبوع:

97, 92, 97, 104, 105, 112, 97

نقوم بالترتيب التصاعديّ:

112, 105, 104, 97, 97, 97, 92

فيكون الوسيط هو العدد .....

ويكون المنوال هو. .....

أمّا المتوسّط الحسابيّ فنكتب: المتوسط الحسابي = $\frac{\text{مجموع المفردات}}{\text{عدد المفردات}} = \frac{112+105+.....+.....+.....+97+92}{7}$

= .....

نشاط

الجدول الآتي يبين الإنتاج السنوي من التفاح لعشر أشجار في مزرعة معاذ مقدّراً بالكيلو غرام الثقليّ.

الإنتاج السنويّ	100	75	80	70
عدد الأشجار	3	4	2	1

لنقم بحساب المتوسّط الحسابيّ لهذا الجدول على الشكل الآتي:

المتوسّط الحسابيّ لإنتاج الشجرة الواحدة هو: ..... $= \frac{100\times.....+.....\times.....+80\times.....+.....\times.....}{10} = \overline{x}$

ويمكن حسابه بالشكل: ..... $= \frac{100\times.....+.....\times.....+80\times.....+.....\times.....}{10} = \overline{x}$

نلاحظ من حساب المتوسّط الحسابيّ ما يلي:

تعلّم

إنّ المتوسّـط الحسـابيّ لبيان إحصائيّ يسـاوي مجموع جداءات مفردات البيان بتكراراتها مقسوماً على مجموع التكرارات.

تمرين

في محلّ لبيع الهواتف يبين البيع اليومي ل 15 نوعاً من الهواتف وفق الجدول الآتي:

ثمن الهاتف	100	250	300	650
عدد الهواتف	4	6	2	3

والمطلوب: احسب المتوسّط الحسابيّ لثمن الهاتف الواحد:

نشاط

حصل عشرون طالباً /طالبة من الصّف الثامن في إحدى المدارس على الدّرجات الآتية في مادة الكيمياء (من 20):

الدّرجة	من0 إلى أقل من 4	من 4 إلى أقل من 8	من 8 إلى أقل من 12	من 12 إلى أقل من 16	من 16 إلى 20
عدد الطلاب	0	5	5	6	4

تذكر

مركز الفئة هو المتوسّط الحسابيّ لحدّي الفئة.

لأنّه يساوي إلى: مجموع الحدّ الأدنى + الحدّ الأعلى للفئة مقسوماً على 2

لنقم بإيجاد مركز كلّ فئة:

- مركز الفئة من 0 إلى أقلّ من 4 هو: $\frac{4+2}{2}=2$

- مركز الفئة من 4 إلى أقلّ من 8هو: $\frac{4+....}{2}=....$

- مركز الفئة من 8 إلى أقلّ من 12هو: $\frac{....+....}{....}=....$

- مركز الفئة من 12 إلى أقلّ من 16هو:

- مركز الفئة من 16 إلى 20 هو:

المتوسّط الحسابيّ لدرجات الطلاب هو: $\frac{0\times 2+5\times .....+.....\times .....+.....\times .....+4\times 18}{20}=.....$

تعلّم

المتوسّـط الحسـابيّ لبيانات ممثّلة في جدول تكراري فئوي يسـاوي مجموع جداءات مراكـز الفئات بتكراراتها مقسوماً على مجموع التكرارات.

اختبار وحدة عالم البيانات

أ. **ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة فيما يلي:**

1. **المنوال هو:**

القيمة الأكبر　　القيمة الأكثر تكراراً　　القيمة المتطرّفة　　القيمة الوسطى

2. **لتحديد الوسيط في أيّ بيان إحصائيّ نحتاج إلى:**

جمع المفردات　　ترتيب المفردات　　حساب المتوسّط الحسابيّ　　تحديد المنوال

3. **خطّ الاتجاه العام يكون في مخطّط:**

الانتشار　　الساق و الأوراق　　الأعمدة　　الدّائريّ

4. **القيمة المتطرّفة هي قيمة تكون بالنسبة لمفردات البيان الإحصائيّ:**

منوال　　وحيدة وبعيدة　　تساوي الوسيط　　المدى

ب. في البيان الإحصائيّ التالي:

8, 7, 6, 6, 6, 5, 5, 4, 4

أوجد المتوسّط الحسابيّ والوسيط والمنوال والمدى للبيان الإحصائيّ.

.....

.....

.....

أكمل الفراغات التالية:

- النزعة تكون في مخطّط.....
- المخطّط الذي يحدّد الزاوية هو مخطّط.....
- الجدول الذي نحسب فيه مركز الفئة هو الجدول. .....
- ويكون المتوسّط الحسابيّ فيه يساوي مجموع ناتج ضرب مركز الفئات في.....

مقسوماً على مجموع. .....

الدرس الأول

المجموعات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. مفهوم العنصر والمجموعة.
2. الانتماء والاحتواء.
3. بعض العمليّات على المجموعات.

تذكّر

تعرّفت في السابق معنى العبارات الآتية: عدد من طلاب متميّزين، سرب من الحمام، مجموعة سياحية، طلاب الصّف الثامن، غرف فندقيّة .....الخ

نستدلّ ممّا سبق أنّ الكلمات (سرب، مجموعة، طلاب، .....)

تدلّ على المجموعة، وتصبح العبارات: مجموعة طلاب، مجموعة من الطيور، مجموعة من السائحين وهكذا .....

أولاً: المجموعة والعنصر

أمثلة

- ما هي مجموعة ألوان قوس قزح؟ .....
- ما هي مجموعة ألوان علم بلادي؟ .....
- مجموعة الأشهر الميلاديّة؟ .....

نسمّي كلّ جزء ممّا سبق ب العنصر

كلّ مجموعة لا تحوي أيّ عنصر تسمّى المجموعة الخالية رمزها Ø

تعلّم

- **المجموعة**: عدد من الأشياء المرتبطة مع بعضها في صفة مشتركة، و**العنصر** هو واحد من تلك الأشياء
- ونرمز للمجموعة بحرف كبير مثل (A. B. C. D. …)، وللعنصر بحرف صغير مثل (a. b. c. r. …)
- **ملاحظة**: يجب عدم تكرار العنصر نفسه في المجموعة:
- مجموعة العدد 21012 = {0، 2، 1} وفي المجموعة نضع العناصر ضمن القوسين { }، ونقول إنّ 1 هو عنصر من المجموعة السابقة، اللّون الأحمر هو عنصر من مجموعة ألوان قوس قزح وهكذا.

تدريبات

- مجموعة أرقام العدد 245451 هي { 1، 2، ……، …… } = A
- مجموعة الأعداد الأوليّة بين 0 و 10 هي{ 2، 3، ……، ……} = B
- مجموعة علم بلادي هو { الأحمر، ……، الأسود، …… } = C

تمثيل المجموعة

هنالك ثلاث طرائق لتمثيل المجموعة وهي:

1. طريقة القائمة: وهي كتابة عناصر المجموعة كما هي

مثال: مجموعة الأسرة = { الأب، الأمّ، ولد، بنت }.

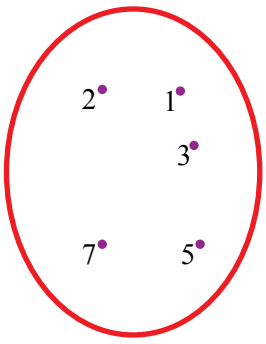
2. طريقة الصّفة المميّزة(طريقة القاعدة): وهي كتابة العناصر بصفتهم المميّزة

مثال: مجموعة الأعداد الأوليّة المحصورة بين 0 و100 وتكتب على الشكل التالي:

$A = \{ x : x$ عدد أوليّ، $100 > x > 0 \}$ الصّفة المميّزة أنّه عدد أوليّ وأصغر من 100

3. مخطّط فنّ: وضع العناصر ضمن منحنٍ مغلق

مثل العناصر تكتب كما هي في المخطّط.



ملاحظة

لا أهميّة لترتيب العناصر ضمن المجموعة

نستخدم الصّفة المميّزة في كتابة المجموعة عندما يكون عدد العناصر كبيراً وتحمل صفة مميّزة.

تدريب

اكتب المجموعات التالية بطريقة الصّفة المميّزة (القاعدة):

1. مجموعة الألوان: $A = \{ x : x \text{ .....} \}$
2. مجموعة السيّارات الصغيرة: $B = \{\text{.....}\}$
3. مجموعة الأعداد الطبيعيّة الفرديّة:.....

ثانياً: الإنتماء والاحتواء

يرمز للانتماء بالرّمز $\in$ يستخدم بين عنصر ومجموعة.

يرمز للاحتواء بالرّمز $\subseteq$ يستخدم بين مجموعتين.

تمرين

إذا كانت $A = \{ a, b, e, 1, 2, 5, 8 \}$ **وكانت** $B = \{ a, 1, 2, 8 \}$.

1. أيّ من المجموعتين يحوي عناصر أكثر؟
2. هل جميع عناصر B توجد في A أم العكس؟
3. ماذا نقول عن B بالنسبة ل A و ل A بالنسبة ل B؟
4. نسمّي ما سبق بالاحتواء ونكتب إمّا A تحوي B أو B محتواة في A ونكتب $A \subseteq B$

المجموعة الجزئيّة

هي مجموعة تكون محتواة في مجموعة أخرى وجميع عناصر تلك المجموعة الجزئيّة محتواة في المجموعة الكليّة.

(أي B مجموعة جزئيّة من A أي جميع عناصر B محتواة في A).

- وكلّ مجموعة هي مجموعة جزئيّة من نفسها.
- وكلّ عنصر من المجموعة الكليّة إذا وُضع ضمن إطار مجموعة يعتبر مجموعة جزئيّة من الكليّة.

تمرين:

إذا كانت $A = \{a, b, e, 1, 2, 5, 8\}$ نقول إنّ

1. $B = \{a, 1, 2, 8\}$ مجموعة جزئيّة من A.
2. وإنّ A مجموعة جزئيّة من A
3. إنّ $C = \{a, b, e\}$ مجموعة جزئيّة من A
4. إنّ $D = \{1, 2, 8\}$ مجموعة جزئيّة من A
5. و $\{1\}$ مجموعة جزئيّة من A

اكتب مجموعتين جزئيّتين أخريين كلّ منهما محتواة في A:

- .....
- .....

المجموعة الخالية $\emptyset$ محتواة في أيّ مجموعة

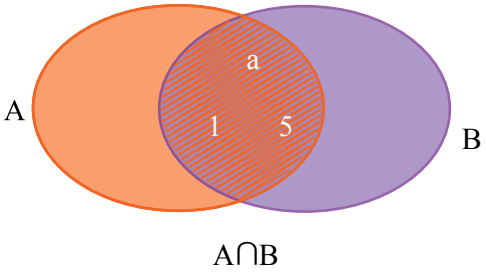
ثالثاً: العمليّات على المجموعات

تقاطع مجموعتين

نشاط

لدينا المجموعتين A, B حيث: $A = \{a, e, 1, 5, 8\}$ و $B = \{a, 1, 2, 5, 9\}$

- هل يوجد عناصر مشتركة بين المجموعتين ما هي هذه العناصر: {.....}.
- نسمّي العناصر المشتركة بين تلك المجموعتين بتقاطع مجموعتين ويرمز له بالرّمز ∩.
- أي أنّ تقاطع مجموعتين هو مجموعة جزئيّة عناصرها تنتمي إلى كلا المجموعتين.
- أي أنّ $A \cap B = \{a,1,5\}$ و $A \cap B \subseteq A$ و $B \cap A \subseteq B$



$A \cap B$

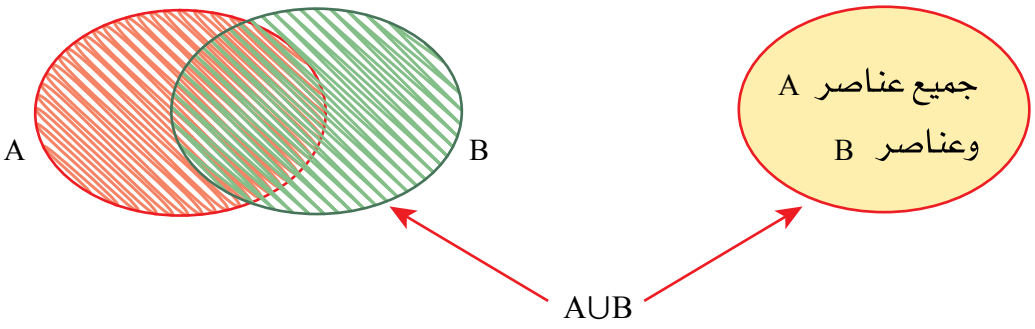
اجتماع مجموعتين

نشاط

لدينا المجموعتين A, B حيث: $A = \{a, e, 1, 5, 8\}$ و $B = \{a, 1, 2, 5, 9\}$

- هل يوجد عناصر مشتركة بين المجموعتين ما هي هذه العناصر؟ {. .....}.
- هل يوجد عناصر بين المجموعتين غير مشتركة ما هي هذه العناصر؟ {.....}.

- نسمّي العناصر المشتركة وغير المشتركة بين تلك المجموعتين باجتماع مجموعتين ويرمز له بالرمز $\cup$.
- أي أنّ اجتماع مجموعتين هو مجموعة كليّة عناصرها تحوي جميع عناصر المجموعتين.
- أي أنّ: $A \cup B = \{a, e, 2, 8, 9, 1, 5\}$ و $A \cup B \supseteq A$ و $A \cup B \supseteq B$



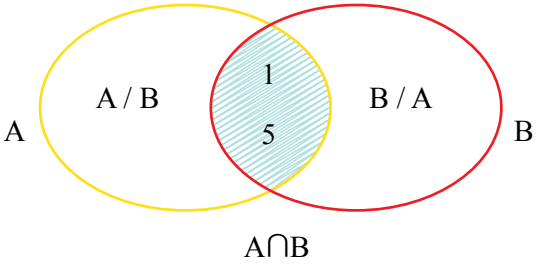
فرق مجموعتين

نشاط

لدينا المجموعتين A, B حيث: $A = \{3, e, 1, 5, 7\}$ و $B = \{a, 1, 2, 5, 9\}$

- هل يوجد عناصر مختلفة بين المجموعتين؟ ما العناصر التي تنتمي لـA ولا توجد في B؟ {.....}.
- وما العناصر التي في B ولا توجد في A؟ {.....}.
- نسمّي العناصر التي تنتمي للمجموعة الأولى ولا تنتمي للثانية بفرق مجموعتين ويرمز لها بالرّمز $\setminus$.
- ويكون: $A \setminus B = \{3 ، e ، 7\}$ و $B \setminus A = \{a ، 2 ، 9\}$ و $A \setminus B \subseteq A$ و $B \setminus A \subseteq B$.

- ويكون $A\backslash B \subseteq B$ و $B\backslash A \subseteq A$. الفرق الفرق بين مجموعتين للمجموعة الأولى غير محتوى في المجم ووعة الثانية.



متمّمة مجموعةً

نشاط

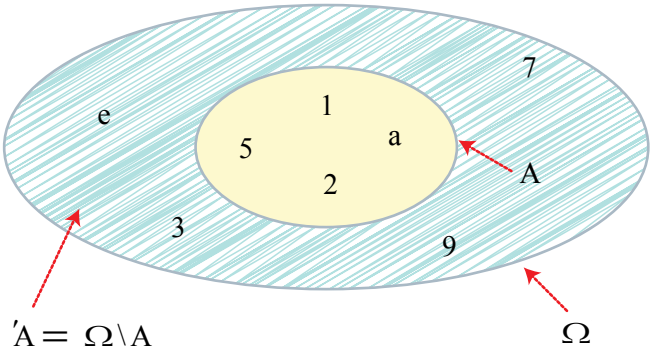
لدينا المجموعة $\Omega = \{3, e, 1, 5, 7, 9, a, 2\}$ والمجموعة الجزئيّة منها: $A = \{a, 1, 2, 5\}$

ما هي العناصر التي تنتمي ل Ω ولا تنتمي ل A ؟ {.....}.

نسمّي العناصر التي تنتمي للمجموعة الشاملة (الكليّة) ولا تنتمي للمجموعة الجزئيّة بمتمّمة مجموعة ويرمز لها بالرمز $\acute{A}$.

وتكون: $\acute{A} = \{3, e, 7, 9\}$ و $A \cap \acute{A} = \{\emptyset\}$ و $A \cap \acute{A} = \Omega$.

ويكون $\acute{A} = \Omega\backslash A$ و $A = \Omega\backslash\acute{A}$



الدرس الثاني

القوانين والمتغيّرات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. القوانين والمتغيرات.
2. كتابة المقادير الجبرية.

تذكّر

تعرفت في السابق معنى العبارات الآتية:

- كل ما هو أقل من الصفر نعبّر عنه بعدد سالب تماماً.
- كل ما هو أكبر من الصفر نعبّر عنه بعدد موجب تماماً.
- اعتبار سطح البحر نقطة الصفر بالنسبة إلى الارتفاع والانخفاض.
- درجة تجمد الماء هي الصفر المئوي بالنسبة للحرارة.
- أي أن الأعداد السالبة والأعداد الموجبة هي للتفريق بين بعدين عن مكان ثابت يمكن اعتباره الصفر إذا كان باتجاه الأعلى والأسفل أو لليمين واليسار.

الأعداد الموجبة والأعداد السالبة

أمثلة

- ارتفاع بالون فوق سطح البحر مسافة 110 m هو + 110
- انخفاض درجة الحرارة في المبرد إلى 9 درجات تحت درجة التجمد هو 9-

- ارتفاع مبنى عن سطح البحر 150 m يكتب.....
- ارتفاع درجة حرارة الجو إلى 33 مئوية يكتب.....
- انخفاض واد عن سطح البحر بمقدار 250 m يكتب.....
- ربح تاجر في بضاعته مبلغ 35000 ل س ثم خسر في أخرى 22000 ل س ما هو المبلغ الذي ربحه أو خسره التاجر؟

نكتب..... = (.....–) + 35000

نسمي ما سبق هو تحديد الأعداد السالبة والأعداد الموجبة وإيجاد الفرق بينهم.

أولاً: القونين والمتغيرات

تعلمنا فيما سبق أن محيط ومساحة المستطيلات والمربعات على الشكل التالي:

- محيط المستطيل = (الطول + العرض) × 2 ، ومساحته = الطول × العرض.
- محيط المربع = 4 × طول الضلع ، ومساحته = طول الضلع × طول الضلع.

ونعلم أنّ الأشكال السابقة لها أضلاع متغيّرة ولكن في حساب ما سبق يكون نفسه.

إذاً: بتحديد أنّ طول المستطيل = x وعرضه = y فيكون محيطه = $2 \times (x + w)$ ومساحته = $x \times y$

والمربع الذي طول ضلعه = x يكون محيطه $4 \times x$ ومساحته = $x \times x$ ، ندعو x, y متغيّرات

والمساحة والمحيط هي قوانين تأخذ الشكل نفسه لجميع الأشكال المتمثّلة فيما سبق.

الخلاصة

- **المتغيّر**: إذا لم يكن المقدار ذا قيمة واحدة (قيمة غير ثابتة مثل الأسعار) يرمز له بالأحرف z، y، x ، وإذا كان ذا قيمة واحدة ندعوه ثابتاً.
- **القانون**: هو كلّ عبارة تحتوي على متغيّرواحد أوأكثر ويرتبط في حساب مساحة أو محيط أو طول... الخ

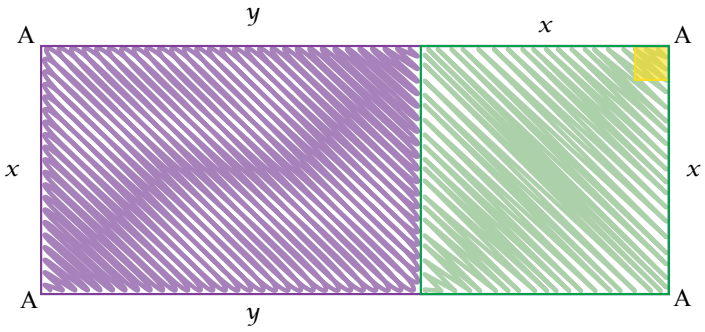
  ومن الأمثلة: قانون حساب مساحة شكل ما (مساحة المربع أو المثلث .....)

  المسافة = السرعة × الزمن ... الخ، وهي خاصّة في الفيزياء نجدها بشكل واضح.
- يعبّرعن التعبيرالجبريّ ب متغيّر مثل x و عمليّة حسابيّة مع ثوابت هي الأعداد المعروفة بتعبير جبريّ.

ثانياً: كتابة المقادير الجبرية

تطبيق

انظرللشكل المجاور:



1. اكتب التعبيرالجبريّ الذي يحدّد مساحته
2. احسب مساحته عندما $x = 2$, $y = 5$

الحلّ

- الشكل مؤلّف من مربع و..... .....
- مساحة المربع بدلالة طول ضلعه x = ...
- مساحة المستطيل بدلالة طوله y وعرضه x = ...
- التعبير الجبريّ الذي يحدّد مساحته = ... + x^2
- أمّا مساحة الشكل إذا علمت $x = 2$, $y = 5$ = $(2)^2 + (2)(5)$ = ... = ...

الدرس الثالث

ترتيب وإجراء العمليات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. ترتيب العمليات وإجراؤها.
2. المعكوس الجمعي لعدد.

أولاً: ترتيب العمليات وإجراؤها

تذكّر

لنتذكر معاً بعض المعلومات التي تعلمناها سابقاً ونريد أن نراجعها معاً.

1. العمليات الحسابية الأربعة (+، −، ×، ÷) والعبارة الحسابية هي العبارة التي لها عملية حسابية أو أكثر مع عدة أعداد.

2. وقد تحتوي العبارة الحسابية على عملية أخرى مثل القوة لعدد وقد تحتوي على أقواس.

3. ونريد من درسنا هذا تحديد العملية التي ستكون لها الأولوية بشكل فعلي وحسب مكانها من العبارة.

4. تكون الأولوية وحسب مكانها بالترتيب على الشكل التالي:

الأقواس ثم القوى ثم الضرب والقسمة ثم الجمع والطرح

بالنسبة (للضرب والقسمة) أو (للجمع والطرح) معاً يكون من اليسار لليمين وحسب العمليّة التي قبل.

ملاحظة

يجب معرفة الأولوية قبل إجراء العملية.

أمثلة

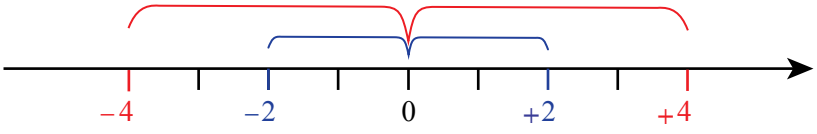
تأمّل العمليّات ثمّ أكمل:

1. $150 + 40 - 70 = 190 - 70 = 120$
2. $15 \times 10 + 7 = 150 + \ldots\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$
3. $25 - 70 \div 10 = 25 - \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots$
4. $9 \times 8 \div 12 = 72 \div \ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots\ldots\ldots =$
5. $7^2 + 5 \times 2 - 17 = \ldots\ldots\ldots + \ldots\ldots\ldots - \ldots\ldots\ldots =$
6. $40 \div 8 \div 5 =$
7. $6 + 5 \times 4 - 35 \div 7 =$
8. $(9 + 5 - 3)\ (16 \div 8) =$
9. $(5 + 3) \times 2 =$

ثانياً: المعكوس الجمعي لعدد

أمثلة:

انظر لمستقيم الأعداد المجاور:



من الشكل نجد:

- معكوس العدد 2 هو العدد 2−
- معكوس العدد4− هو العدد 4+
- معكوس العدد 0 هو العدد 0 أي معكوسه نفسه.
- معكوس 3− هو 3+ ومعكوس 3+ هو 3− فيكون معكوس 3− 3+ هو 3+ 3− أي $3 - 3 = 0$

تعلّم

- معكوس أي عدد موجب أو سالب هو العدد نفسه مع تغيير إشارته.
- معكوس العدد الموجب a هو العدد السالب $-a$
- معكوس العدد السالب $-a$ هو العدد الموجب $-(-a)$
- مجموع العدد ومعكوسه الجمعي يساوي الصفر أي: $-a + a = 0$ أو $a + (-a) = a - a = 0$

تمرين

أوجد معكوس كلّ ممّا يلي:

العدد	المعكوس الجمعي
-5	
$+6$	
$-(+8)$	
$-(-11)$	
$+9 -9$	
$-31 - (-31)$	

نستطيع باستخدام العدد ومعكوسه الوصول إلى الناتج كما يلي:

1. $-7 + 7 = 0$
2. $-4 + 6 = -4 + 4 + 2 = 0 + 2 = +2$
3. $-5 + 3 = -3 - 2 + 3 =$
4. $+8 - 7 =$
5. $-15 + 11 =$
6. $+5 + 3 =$
7. $+6 - (-6) =$
8. $-120 - (-122) =$

الدرس الرابع

القيمة المطلقة

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- القيمة المطلقة لعدد صحيح

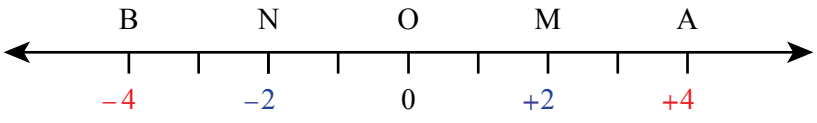
تذكّر

لنتذكّر معاً بعض المعلومات التي تعلمناها سابقاً:

- أي عدد من مستقيم الأعداد له مسافة معينة يبعد بها عن الصفر.
- بعد أي عدد عن الصفر يساوي بعد المعكوس الجمعي له عن الصفر.
- يرمز للأعداد الصحيحة بالرمز Z وهي = {.....,3 ,2 ,1 ,0 ,1- ,2- ,3-,.....}
- المسافة بين نقطتين هو مقدار موجب دوماً.

نشاط

انظر لمستقيم الأعداد المجاور:



من الشكل نجد:

- النقطة M التي عند النقطة 2+ تبعد عن O مسافة = ...
- النقطة N التي عند النقطة 2- تبعد عن O مسافة = ...
- النقطة A التي عند النقطة 4+ تبعد عن O مسافة = ...
- النقطة B التي عند النقطة 4- تبعد عن O مسافة = ...

وجدنا أنّ بعد النقطة M = بعد النقطة..... أي أنّ بعد 2- عن 0 = بعد 2+ عن الصفر

وأنّ بعد النقطة A = بعد النقطة..... أي أنّ بعد 4- عن 0 = بعد 4+ عن الصفر

تعلّم

- يرمز للقيمة المطلقة بالرمز | |
- القيمة المطلقة لأي عدد هي المسافة بين ذلك العدد والعدد (0) على خط الأعداد.
- القيمة المطلقة للعدد السالب هي معكوس هذا العدد.
- القيمة المطلقة للعدد الموجب هي العدد ذاته.
- القيمة المطلقة للصفر هي الصفر.
- $|-x| = |x|$

تدريبات

أوجد ناتج ما يلي:

العدد	−8	+14	−27	+54	−211
القيمة المطلقة له					

العمليات على الأعداد الصحيحة

أولاً: جمع عددين مختلفين بالإشارة

- ما هو ناتج (+7) + (−3) ؟ .....
- ما هو ناتج (−9) + (+6) ؟ .....
- في المثال الأوّل العدد الذي قيمته المطلقة أكبر هو +7 ومن قيمته المطلقة أصغر هو −3
- في المثال الثاني العدد الذي قيمته المطلقة أكبر هو −9 ومن قيمته المطلقة أصغر هو +6
- في المثالين السابقين العددين هما مختلفين بالإشارة
- يكون ناتج الجمع هو الفرق بينهما. ناتج الأوّل = +4 مع أخذ إشارة العدد الذي قيمته المطلقة أكبر وناتج الثاني −3.

تعلّم

ناتج جمع عددين صحيحين مختلفين بالإشارة هو عدد صحيح قيمته المطلقة هي الفرق بين القيمتين المطلقتين، وإشارته هي إشارة الأكبر بالقيمة المطلقة.

تدريبات

1. $(-6) + (+5) = -\ldots\ldots\ldots$
2. $(+11) + (-7) = +\ldots\ldots\ldots$
3. $(-23) + (+15) = \ldots\ldots\ldots$

ثانياً: جمع عددين متشابهين بالإشارة

- ما هو ناتج $(+5) + (+3)$ ؟ .....
- ما هو ناتج $(-9) + (-6)$ ؟ .....
- في المثال الأوّل العددان متماثلان بالإشارة وإشارتهما موجبة
- في المثال الثاني العددان متماثلان بالإشارة وإشارتهما سالبة
- يكون ناتج جمعهما هو مجموع العددين مع وضع الإشارة نفسها

تعلّم

ناتج جمع عددين صحيحين متشابهين بالإشارة هو عدد صحيح إشارته هي إشارة أحدهما، وقيمته المطلقة تساوي مجموع قيمتيهما المطلقتين.

تدريبات

1. $(+7) + (+5) = +\ldots\ldots\ldots$
2. $(-11) + (-9) = -\ldots\ldots\ldots$
3. $(+26) + (+19) = \ldots\ldots\ldots$

خواص الجمع في الأعداد الصحيحة:

- ناتج (+9) + (−5) هو..... و ناتج (−5) + (+9) هو..... ماذا تجد ؟.....

نسمّي هذه الخاصّة بالخاصّة التبديليّة.

- ناتج [(+8) + (−7)]+ (−4) هو [.....] + (−4) ويساوي.....

و ناتج (+8) + [(−7) + (−4)] هو (+8)+ [.....] ويساوي..... ماذا تجد ؟.....

نسمّي هذه الخاصّة بالخاصّة التجميعيّة.

- ناتج 0 + (−6) هو..... وناتج (+3) + 0 هو.....

نسمّي الصفر بالعنصر الحيادي بالنسبة للجمع.

تعلّم

أياً كانت الأعداد الصحيحة a, b, c نقبل أن:

- $a + b = b + a$ الخاصة التبديلية.
- $(a + b) + c = a + (b + c)$ الخاصة التجميعية.
- $a + 0 = 0 + a = a$ الصفر عنصر حيادي بالنسبة إلى عملية الجمع.

طرح الأعداد الصحيحة

نعلم أنّ 12 = 7 + 5 ومنه نستنتج أنّ: 7 = 5 – 12، 5 = 7 – 12

المطروح منه – المطروح = ناتج الطرح لأنّ، المطروح + ناتج الطرح = المطروح منه.

أمثلة

- (+5) + (−3) = +2 ومنه يكون: (+2) – (−3) = +5
- (+4) + (+2) = +6 ومنه يكون (+6) – (+4) = +2

نلاحظ من المثالين السابقين أنّ:

- إشارة المطروح تتحوّل إلى إشارة معكوسه الجمعيّ.
- تتحوّل عمليّة الطرح إمّا إلى عمليّة جمع عددين متشابهين بالإشارة أو مختلفين بالإشارة.

تعلّم

أياً كان العددان الصحيحان a, b فإن:

- (a) – (b) = a - b
- عند القيام بعملية الطرح بين عددين صحيحين نقوم بجمع معاكس المطروح للمطروح منه.
- أي: (−2) – (−7) = − 2 + 7 = + 5
- (+6) – (+8) = + 6 − 8 = − 2

العدد ومعاكسه الجمعي

تدريبات

1. $(-2) - (-6) =$
2. $(+6) - (+9) =$
3. $(-124) - (+35) - (-17) =$
4. $(+45) - (-78) - (+23) =$
5. $(-56) - (+65) - (-74) + (-14) =$

تعلّم

أياً كان العددان الصحيحان a, b فإن:

- $-(a + b) = -a - b$
- $-(a - b) = -a + b$

أي أن الإشارة السالبة تدخل على القوس وتغير إشارة ما دخل القوس (سالباً كان أم موجباً).

أمثلة

1. $-(+5 - 7) = -5 + 7 = +2$
2. $-(8 + 9) = -8 - 9 = -17$

الدرس الخامس

ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. ضرب الأعداد الصحيحة.
2. قسمة الأعداد الصحيحة.

أولاً: ضرب الأعداد الصحيحة

تذكّر

لنتذكّر معاًبعض المعلومات التي تعلمناها سابقاً:

- جدول الضرب في الأعداد الطبيعية.
- ضرب عدد موجب بعدد موجب لا يختلف عن ضرب الأعداد الطبيعية (لأن كل عدد بدون إشارة إشارته موجبة)
- مجموع عدة أعداد سالبة هو عدد سالب.

نعلم أنّ: جمع الأعداد السالبة هو عدد سالب فيكون:

$$-4 + (-4) + (-4) = -12$$

ويمكن كتابة ما سبق على الشكل: $3(-4) = -12$ إنّ العدد 3 هو عدد موجب و -4 هو عدد سالب والناتج هو سالب

فيكون:

جداء أيّ عدد موجب بعدد سالب هو عدد سالب.

انظر الأمثلة التالية:

1. $-3(-4) = +12$
2. $3(-4) = -12$
3. $-(-12) = +12$

من المثال السابق نجد

جداء أيّ عدد سالب بعدد سالب هو عدد موجب.

تدريبات

الأشارة هنا تعني ضرب

1. $+5(+6) =$
2. $+2(-7) =$
3. $-8(-5) =$
4. $0(-17) =$
5. $3(-5)(+4) =$
6. $-7(-2)(+5) =$
7. $-8(-3)(-4) =$

خواص الضرب في الأعداد الصحيحة

أياً كانت الأعداد a, b, c فإن:

أ. الضرب عملية تبديلية: $a \times b = b \times a$

$(-3)(+2) = (+2)(-3)$ $\quad (+2)(-3) = -6$ $\quad (-3)(+2) = -6$

ب. الضرب عملية تجميعية: $(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$

$[3(-5)](-2) = 3[(-5)(-2)]$

ج. الصفر عنصر ماص بالنسبة إلى عملية الضرب: $a \times 0 = 0 \times a = 0$

$5 \times 0 = 0 \times 5 = 0$

د. الواحد عنصر حيادي بالنسبة إلى عملية الضرب: $a \times 1 = 1 \times a = a$

$(-7)\ 1 = 1(-7) = -7$ $\qquad$ $6 \times 1 = 1 \times 6 = 6$

هـ. توزيع الضرب على الجمع: $a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$

$-3[(-2) + (+5)] = [(-3)\ (-2)] + [(-3)\ (+5)]$

و. توزيع الضرب على الطرح: $a \times (b - c) = (a \times b) - (a \times c)$

$-2\ [(-3) - (+4)] = [(-2)\ (-3)] - [(-2)\ (+4)]$

ملاحظة

يمكن استخدام توزيع الضرب على الجمع أو الطرح على العبارات الحسابية التي تحتوي على أعداد ومتغيرات.

$a(3 + b) = 3a + ab$

$2b(a - c) = 2ba - 2ac$

أو العملية المعاكسة لجمع أو طرح متغيرات متشابهة $3x - 2x = (3 - 2)x = 1x = x$

$3y - 5y + y = (3 - 5 + 1)y = (-2 + 1)y = -1y = -y$

يسمى عملية النشر $(a + 3)(a - 5) = a^2 - 5a + 3a - 15 = a^2 - 2a - 15$

قمنا بتوزيع الحد على القوس الثاني ثم بتوزيع الحد الثاني على القوس الثاني ثم جمعنا المتغيرات المتشابهة أي $(-5a, + 3a)$ أما a^2 لا تجمع مع a لأنها تربيع.

تدريبات

1. $a(b-7) =$
2. $3c(a+5b) =$
3. $a(2+b)-b(a-5) =$
4. $(x-3)(x+7) =$
5. $-5(y+2)+6(y-4) =$
6. $3x-7x =$
7. $8y+6y-15y =$

ثانياً: قسمة الأعداد الصحيحة

نعلم أنّ العمليّة المعاكسة للضرب هي القسمة ومنها يكون:

$4 \times 7 = 28$ الأعداد موجبة ومنه: $28 \div 4 = 7$, $28 \div 7 = 4$

قسمة عدد موجب على عدد موجب هو عدد موجب

$4(-6) = -24$ ومنه: $-24 \div 4 = -6$

قسمة عدد سالب على عدد موجب هو عدد سالب

$4(-6) = -24$ ومنه: $-24(-6) = 4$

قسمة عدد سالب على عدد سالب هو عدد موجب

$(-8)(-5) = +40$ ومنه: $+40(-8) = -5$

قسمة عدد موجب على عدد سالب هو عدد سالب

تدريبات

1. $(-16) \div (+8) =$
2. $(+52) \div (+13) =$
3. $(-70) \div (-14) =$
4. $(+81) \div (-9) =$
5. $240 \div (-15) =$
6. $-391 \div 19 =$
7. $\frac{-72}{-8} =$
8. $\frac{+512}{-16} =$
9. $0 \div (-45) =$
10. $(+51) \div 0 =$

يمكن اعتبار خط الكسر هو عملية قسمة البسط على المقام

الدرس السادس

حل المعادلات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. حل المعادلات التي تحتوي على العمليات الأربع.
2. حل المسائل باستخدام المعادلات.

تذكّر

- المعادلة هي مساواة بين تعبيرين جبريين فيهما متغير واحد على الأقل.
- يقصد بحل المعادلة، إيجاد قيمة المتغير التي تجعل المساواة صحيحة.
- يمكن في المعادلات جمع الثوابت مع بعض والمتغيرات مع بعض.
- المتغير يأخذ قيمة محدد تجعل الطرفين متساويين تجعل المعادلة صحيحة، وخلاف ذلك تجعلها خاطئة.

أمثلة

1. $x + 5 = 8$ بحيث $x = 3$ نتحقق: $3 + 5 = 8$ صحيحة

2. $y - 5 = 12$ بحيث $y = 7$ نتحقق: $7 - 5 = 2$ خاطئة

3. $2a + 1 = 9$ بحيث $a = 4$ نتحقق: $2 \times 4 + 1 = 9$ صحيحة

4. $7b - 5 = 13$ بحيث $b = 6$ نتحقق: $7 \times 6 - 5 = 42 - 5 = 37$ خاطئة

تدريبات

تأكّد من صحّة أوخطأ المعادلات الآتية:

1. $x - 7 = 9 : x = 2$

2. $y + 11 = 7 : y = -4$

3. $2z - 5 = 15 : z = 10$

4. $-3b + 44 = 32 : b = -6$

تعلّم

إذا كان $a = b$ فإن:

- $a + c = b + c$ إذا أضفنا إلى طرفي مساواة عدداً ما، تبقى المساواة صحيحة.
- $a - c = b - c$ وإذا طرحنا من طرفي مساواة عدداً ما، تبقى المساواة صحيحة
- $a \times c = b \times c$ إذا ضربنا طرفي مساواة بعدد ما، تبقى المساواة صحيحة.
- $a \div c = b \div c$ إذا قسمنا طرفي مساواة على عدد ما، تبقى المساواة صحيحة. $c = 0$

أولاً: استكشف حل المعادلة

ملخص حلّ المعادلة

- للمعادلة طرفان أيسر وأيمن ويضمّ كلّ طرف بشكل عام متغيّراً وعدداً.

- انقل الحدود التي تحوي متغيّراً إلى الطرف الأيسر

- الحدّ المنقول نغيّرإشارته.

أ. إن كان موجباً يصبح سالباً.

ب. إن كان سالباً يصبح موجباً.

- انقل الحدود الثابتة (العدديّة)إلى الطرف الأيمن {لا تنس تغييرإشارة الحدّ المنقول}

- اجمع الحدود اليسرى معاً واليمنى معاً.

- احصل على معادلة لها الشكل العام $a\ x = b$

- نقسّم على أمثال المجهول.

تمرين

حلّ المعادلة التالية:

$4x - 3 = 17$

$4x = 17 + 3$

$4x = 20$

$4x = 20$

المعادلة صحيحة عندما $x = 5$ يسمّى حلاً للمعادلة.

تدريب

حلّ المعادلة التالية:

$2x - 5 = x + 1$

$2x - \ldots\ldots = +1 + \ldots\ldots$

$x = \ldots\ldots\ldots$

المعادلة صحيحة عندما ..... $= x$

تدريب

حلّ المعادلة التالية:

$3x - 4 = x + 2$

$\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$

$\ldots\ldots\ldots = \ldots\ldots$

المعادلة صحيحة عندما ..... $= x$

إذا كان $-a = -b$ يعني $a = b$

وإذا كان $a = -b$ يعني $a = b$

ثانياً: توظيف المعادلات في حل المسائل

نعلم أنّ:

- ضعفي عدد ما هو ضرب ذلك العدد ب 2.

- ثلاثة أمثال عدد ما هو ضرب العدد ب 3 ....وهكذا
- يزيد على العدد ب 5 يكتب العدد 5+.
- ينقص عن عدد ما ب 7 يكتب العدد 7−.

لنتأمّل الجدول الآتي:

الترميز	العدد بالألفاظ
$x+1$	تالي العدد
$x+a$	يزيدعلى العدد بمقدار a
$x-a$	ينقص عن العدد بمقدار a
$2x$	ضعفيّ العدد
$3x$	ثلاثة أمثال العدد
ax	أمثال(أضعاف) العددa
$\frac{x}{2}$	نصف العدد
$\frac{x}{3}$	ثلث العدد

- إذا أردنا توظيف ما سبق في المسائل نفرض العدد الأوّل ب x ثمّ نربط مع تلك الفرضية الأعداد الأخرى. 2
- ثمّ نشكّل المعادلة.

تمرين

1 ضعفا عمر سامي يساوي 18 سنة فما عمر سامي ؟

الحلّ

نفرض عمر سامي x سنة

فيكون: $2x = 18$

فيكون عمر سامي $x = \frac{18}{2} = 9$

2 عددان متتاليان مجموعهما 15 فما هما ؟

الحلّ

نفرض العدد الأوّل هو: x

فيكون العدد الثاني الذي يليه هو: $x + 1$

ويكون مجموعهما: $x + (x + 1) = 15$

$x + x + 1 = 15$

$2x + 1 = \ldots\ldots\ldots$

$2x = 15 - \ldots\ldots$

$x = \ldots\ldots$

العدد الأوّل $x = 7$ والعدد الثاني $\ldots\ldots = x + 1$

الدرس السابع

ترتيب الأعداد الصحيحة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- ترتيب الأعداد الصحيحة ومقارنتها.

ترتيب الأعداد الصحيحة ومقارنتها

تذكّر

إشارات التراجح: $<$، $>$، $\leq$، $\geq$.

تستخدم إشارة التراجح لمعرفة العدد الأكبر أو العدد الأصغر (المقارنة بين عددين أو أكثر).

الترتيب التصاعدي: هو ترتيب الأعداد من اليسار إلى اليمين ومن الأصغر إلى الأكبر.

الترتيب التنازلي: هو ترتيب الأعداد من اليسار إلى اليمين ومن الأكبر إلى الأصغر.

أمثلة

- إذا كان x عدد أيّام الأسبوع وy عدد أيّام الشهر فيكون: $x < y$ وتقرأ: x أصغر تماماً من y.
- إذا كان x عدد أيّام الشهر الميلادي فإنّ: $x \leq 31$ وتقرأ: x أصغر أو يساوي 31.
- إذا كان a عدداً مكوّناً من منزلة واحدة و b عدداً مكوّناً من منزلتين فإنّ: $b > a$ (b أكبر تماماً من a).
- إذا كانت سعة خزان الوقود (50) ليتراً وكانت x تدلّ على كميّة الوقود الموجودة في الخزان فإنّ: $x \leq 50$.

استكشف طريقة مقارنة العددين باستعمال مستقيم الأعداد

تمرين:

في أحد الأيّام كانت درجات الحرارة في بعض العواصم كما في الجدول التالي:

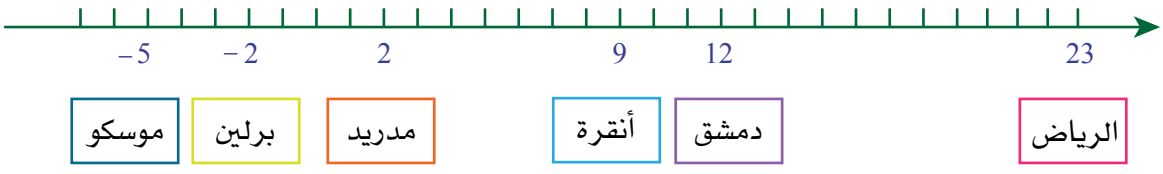
العاصمة	دمشق	أنقرة	الرياض	موسكو	برلين	مدريد
درجة الحرارة	12	9	23	– 5	– 2	2

1. في أيّ عاصمة كانت درجة الحرارة الأعلى..... وفي أيّها كانت درجة الحرارة الأقلّ .....

2. قارن بين درجات الحرارة في تلك المدن:

- درجة حرارة الرياض ..... درجة حرارة دمشق
- درجة حرارة برلين ..... درجة حرارة مدريد
- درجة حرارة برلين ..... درجة حرارة موسكو
- درجة حرارة أنقرة ..... درجة حرارة موسكو

3. بالتمثيل على مستقيم الأعداد:



تعلّم

على مستقيم الأعداد:

- إذا كان تمثيل العدد الصحيح a يقع على يسار تمثيل العدد الصحيح b فان: $a < b$.
- إذا كان تمثيل العدد الصحيح a يقع على يمين تمثيل العدد الصحيح b فان: $a > b$.
- كل عدد صحيح موجب هو أكبر من الصفر أو يساويه.

  أي: إذا كان x موجباً فإن: $x \geq 0$.
- كل عدد صحيح موجب تماماً هو أكبر من الصفر.

  أي: إذا كان x موجباً تماماً فإن: $x > 0$.
- كل عدد صحيح سالب هو أصغر من الصفر أو يساويه.

  أي: إذا كان x سالباً فإن: $x \leq 0$.
- كل عدد صحيح سالب تماماً هو أصغر من الصفر.

  أي: إذا كان x سالباً تماماً فإن: $x < 0$.
- العدد (0) هو عدد صحيح سالب أو موجب في آن واحد.
- أياً كان العددان الصحيحان السالبان المختلفان، فإن أصغرهما هو الأكبر بالقيمة المطلقة

  أي: هو الأبعد عن الصفر باتجاه اليسار من مستقيم الأعداد.

تدريبات

قارن بين ما يلي:

1. $+14 \ldots\ldots\ldots +7$
2. $-8 \ldots\ldots\ldots -5$
3. $-2 \ldots\ldots\ldots +2$
4. $+1 \ldots\ldots\ldots -25$
5. $-147 \ldots\ldots\ldots 0$
6. $+245 \ldots\ldots\ldots 0$

استكشف طريقة مقارنة العددين باستعمال الفرق

نعلم أن:

- $7 > 3$ تعني أنّ ناتج $7 - 3$ هو عدد سالب تماماً. (العدد الصغير – العدد الكبير يكون الناتج سالباً)
- $2 > -5$ تعني أنّ ناتج $(2) - -5$ هو عدد سالب تماماً.
- $6 > 2$ تعني أنّ ناتج $2 - 6$ هو عدد موجب تماماً. (العدد الكبير – العدد الصغير يكون الناتج موجباً).

تعلّم

- إذا كان $a - b < 0$ فإن $a < b$ الفرق هو عدد سالب تماماً.
- إذا كان $a - b \leq 0$ فإن $a \leq b$ الفرق هو عدد سالب أو يساوي الصفر.
- إذا كان $a - b > 0$ فإن $a > b$ الفرق هو عدد موجب تماماً.
- إذا كان $a - b \geq 0$ فإن $a \geq b$ الفرق هو عدد موجب أو يساوي الصفر.

أي: معرفة إشارة ناتج الفرق $a - b$ تمكننا من المقارنة بين العددين a, b

تطبيق

a , b عددان صحيحان، قارن بين x, y حيث:

$x = -15 + (a - b), y = -12 - (b - a)$

الحلّ الاشارة السالبة تدخل على القوس فتغير اشارة جميع حدود ما داخل القوس

نوجد الفرق: $x - y = -15 + (a - b) - [-12 - (b - a)]$

$= -15 + a - b + 12 + (b - a)$

$= -3 + a - b + b - a$ الفرق بين عددين متعاكسين يساوي الصفر

$-3 < 0$ ومنه: $x - y < 0$ الناتج سالب تماماً وبالتالي: $x < y$

الدرس الثامن

المتراجحات (المتباينات)

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- المتراجحات وحلها.

تذكّر

لنتذكر معاًبعض المعلومات التي تعلمناها سابقاً:

- إشارات التراجح: $>$، $<$، $\leq$، $\geq$ (للمقارنة بين عددين).
- التعبير الجبري وطريقة حل المعادلة.

استكشف المتراجحات

أمثلة

حدّدت شرطة المرور السرعة القصوى للسيّارات على الطريق العام هي (110 km)، و (80 km) للسرعة الدّنيا وكانت V تدلّ على سرعة السيّارة.

- إذا تجاوزت السيّارة السرعة القصوى فإنّ: $V > 110$.
- إذا كانت في حدود السرعة القصوى فإنّ: $V \geq 110$.
- إذا لم تتجاوز السيارة حدودالسرعة الدنيا فإن: $V \leq 80$.

تعلّم

ندعو المقارنة بين تعبير جبري وعدد، أو تعبيرين جبريين باستخدام إشارة التراجح بالمتراجحة.

أمثلة:

$b+2 \geq 7$ ، $a < 5$ حيث a, b متغيرات.

المتراجحة: تتألف من طرفين بينهما إشارة تراجح.

خواص التراجح

بفرض a, b, c **ثلاثة أعداد وكان** $b < a$ **فإن:**

- $b + c < a + c$ إضافة عدد لطرفي المتراجحة لا تغير إشارة التراجح.
- $b - c < a - c$ طرح عدد من طرفي المتراجحة لا تغير إشارة التراجح. (على أن يكون العدد ذاته)

مثال:

$7 < 9$ ومنه: $7 + 3 < 9 + 3$ أي: $10 < 12$ و $7 - 4 < 9 - 4$ أي $3 < 5$

التحقق من صحة المتراجحة

نقوم بالتعويض في المتراجحة وفي طرفيها لنحصل على عددين نقارن بينهما للتأكد من صحتها أو خطئها

مثال

لتكن المتراجحة: $3x - 2 < x + 1$

- من أجل $x = -1$

نعوّض فيكون: الطرف الأوّل: $L_1 = 0 = -1 + 1 = x + 1$

نعوّض في الطرف الثاني: $L_2 = 3x - 2 = 3(-1) - 2 = -3 - 2 = -5$

إنّ $-5 < 0$ بالمقارنة نجد $L_1 > L_2$ فالمتراجحة صحيحة من أجل $x = -1$ (ندعو (-1) حلاً للمتراجحة)

- من أجل $x = 3$

نعوّض فيكون: الطرف الأوّل: $L_1 = x + 1 = 3 + 1 = 4$

نعوّض في الطرف الثاني $L_2 = 3x - 2 = 3(4) - 2 = 12 - 2 = 10$

إنّ $10 \not< 4$ بالمقارنة نجد $L_1 < L_2$ فالمتراجحة خاطئة من أجل $x = 3$ (ندعو (3) ليس حلاً للمتراجحة)

تدريب

لتكن المتراجحة: $2x - 3 > x - 5$

- من أجل $x = 2$

نعوّض فيكون: الطرف الأوّل: $x - 5 =$ .....

نعوّض في الطرف الثاني: $2x - 3 =$ .....

- من أجل $x = -3$

.....

.....

حل المتراجحة

- تحل المتراجحة كما تحل المعادلة بخطوات الحل والنقل.
- للمعادلة يكون حل وحيد أما للمتراجحة مجموعة حلول تحدد على مستقيم الأعداد

مثال

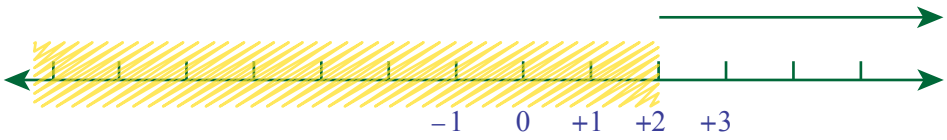
حل في Z المتراجحة $x + 2 > 3$

الحل

$x > 3 - 2$

$x > +1$

حلـول المتراجحــة هي جميع القيم في مجموعة الأعداد الصــحيحة التي تقع على يمين العدد (1+) بالنســبة لمســتقيم الأعداد



حلول المتراجحة التي أكبر من العدد 2+ وهي $\{3, 4, 5, \ldots\ldots\ldots\}$.

مثال

حلّ في Z المتراجحة $-2x + 1 \geq 5$

الحلّ

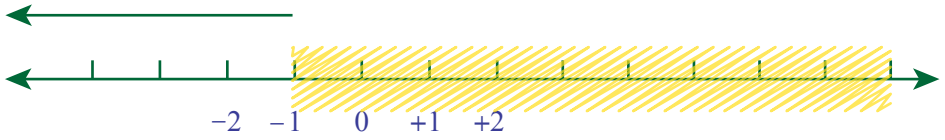
$-2x \geq 5 - 1$

$-2x \geq +4$

$x \leq +4$ عند القسمة على أمثال x السالبة نقلب إشارة التراجح.

$x \leq -2$

حلول المتراجحة هي جميع القيم في مجموعة الأعداد الصحيحة التي تقع على يسار العدد (2−) بالنسبة لمستقيم الأعداد



حلول المتراجحة التي أكبر من العدد 2 − وهي $\{-2, -3, -4, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$

- تدخل القيمة في حلول المتراجحة إذا كانت إشارة التراجح من الشكل $\geq$ أو $\leq$.
- ولا تدخل القيمة في حلول المتراجحة إذا كانت من الشكل $<$ أو $>$.

تدريبات

حلّ في Z المتراجحات التالية:

1. $x-2>-5$
2. $x+3<-1$
3. $2x+3\geq x+1$
4. $3x-5\leq x+1$

في المتراجحة:

- إذا ضربنا أو قسمنا طرفي متراجحة على عدد موجب ذاته لا تتغير جهة المتراجحة.
- إذا ضربنا أو قسمنا طرفي متراجحة على عدد سالب ذاته تتغير جهة المتراجحة.(إلى الجهة الأخرى)

اختبار وحدة الأنماط الجبريّة

أ. ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. **إذا كان x عدداً صحيحاً فرديّاً فإنّ العدد الصحيح الفرديّ التالي ل x هو:**

$x+1$ $x+2$ $x+3$ $x-1$

2. $x+4=11$ **عندما** $x=9$ **هي معادلة:**

صحيحة لا يمكن حسابها خاطئة كلّ ما سبق

3. **إذا كان** x **عدد أيّام الأسبوع و** y **عدد أيّام الشهر السنة فإنّ:**

$y<x$ $x>y$ $y=x$ لا يمكن تحديدها

4. **العناصر المشتركة بين المجموعتين تسمّى:**

اجتماع متمّمة التقاطع الفرق

5. القيمة المطلقة للعدد (-15) هي:

15 -15 0 $+225$

ب. أوجد ناتج ما يلي:

1. $3^2+17-5=$
2. $-25+14-32=$
3. $12+25\div 5-11=$

ج. أوجد حلّ المعادلة التالية:

$2x-5=13$

د. أوجد حلّ المتراجحة التالية:

$x-5>1$ ومثّل تلك الحلول بمستقيم الأعداد

الدرس الاول

مقارنة وترتيب الكسور العشريّة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. مقارنة الكسور العشريّة.
2. ترتيب الكسور العشريّة.

تذكّر

العدد العشريّ: هو كسر مقامه قوّة للعدد 10 أُسّها موجب

أمثلة

1) $\frac{6271}{100} = \frac{6271}{10^2} = 62.71$

2) $\frac{315}{1000} = \frac{315}{10^3} = 0.315$

العدد العشريّ الدّوريّ:

أمثلة

العدد $2.\overline{4}$ هو عدد دوريّ $2.\overline{4} = 2.4\overline{4} = 2.44\overline{4} = 2.444\overline{4} = \ldots\ldots$

العدد $0.\overline{6}$ هو عدد دوريّ $0.\overline{6} = 0.6\overline{6} = 0.66\overline{6} = \ldots\ldots$

تذكّر

الصفر على يمين الفاصلة لا يغيّر العدد.

أولاً: مقارنة الكسور العشريّة و ترتيبها

تعلّم

عند مقارنة الكسور العشرية يجب أن يكون للعددين العدد نفسه من الأرقام على يمين الفاصلة إذا تساوت الأرقام على يسار الفاصلة عند المقارنة

أمثلة محلولة

1. قارن بين العددين 1.9 ,1.87

الحلّ

نضيف صفراً من اليمين إلى العدد 1.9 فيصبح:

يجب ان يكون للعددين العدد نفسه من الارقام على يمين الفاصلة، اذا تساوت الارقام على يسار الفاصلة عند المقارنة

1.87 , 1.90

بالمقارنة نجد أنّ 1.90 > 1.87 وبالتالي 1.9 > 1.87

2. اذكر عددين بين 3.65 ,3.66

الحلّ

بين هذين العددين تسعة أعداد

نضيف أصفاراً من اليمين إلى كلّ عدد فيصبح 3.650 ,3.660 وبالتالي:

3.650 < 3.651 < 3.653 < 3.660

تدريب 1

قارن (وازن) بين كلّ عددين بوضع إشارة (> أو < أو =) في ☐

2.59 ☐ 2.6 ← 2.60 ← 5.200 ☐ 5.2 ← 4.31 ☐ 4.302

تدريب 2

اذكر عددين بين 3.651 ,3.652

تدريب 3

اذكر عددين بين 0.6 , $0.\bar{6}$ ←---------- لا تنس إضافة أصفار للعددين وفكّ العدد الدّوريّ $0.\bar{6}$ منزلة واحدة (اخترها هنا $0.6\bar{6}$)

تدريب 4

رتّب الأعداد الآتية تصاعديّاً: 2.404, 2.44, 3.50, 3.05, 2.5 ←------ لا تنس إضافة أصفارعلى يمين الأعداد حتى يكون لهم العدد نفسه من الأرقام على يمين الفاصلة العشريّة

الدرس الثاني

التقدير عن طريق التقريب

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. إيجاد قيمة تقديريّة لناتج عمليّة حسابيّة تتضمّن كسوراً عشريّة.
2. إيجاد قيمة تقريبيّة لناتج عمليّة حسابيّة تتضمّن كسوراً عشريّة.

تذكّر

الفاصلة العشريّة تقسم العدد إلى قسمين قسم الأجزاء العشرية وقسم العدد الصحيح

أمثلة

296.543

الأجزاء الأعداد الصحيحة

لتقريب عدد إلى منزلة ما:

ننظر إلى الرّقم إلى يمين تلك المنزلة

- إذا كان 5 فما فوق فإننا نضيف إلى تلك المنزلة العدد (1)
- إذا كان الرقم أقلّ من 5 نترك رقم المنزلة على حاله

و في كلتا الحالتين نغيّر جميع الأرقام إلى يمين تلك المنزلة إلى أصفار

أمثلة

1. **قرب العدد** 6.2835 **إلى أقرب جزء من عشرة**

الحلّ

6.2835 بما أنّ الرّقم (8) الواقع إلى يمين الرّقم (2) أكبر من (5)

نضيف (1) إلى (2) و نجعل جميع الأرقام إلى يمينه أصفاراً فنجد 6.3000

في الأعداد العشريّة نهمل جميع الأرقام الواقعة إلى يمين الأجزاء العشريّة

ومنه: 6.3 = 6.3000

2 **قرّب العدد** 6.2835 **إلى أقرب جزء من مئة.**

الحلّ

6.2835 بما أنّ الرّقم (3) الواقع إلى يمين الرقم (8) أصغر من (5)

نترك العدد (8) على حاله و نجعل جميع الأرقام إلى يمينه أصفاراً فنجد 6.28 = 6.2800

3 **قرّب العدد** 6.2835 **إلى أقرب جزء من ألف.**

الحلّ

6.2835 بما أنّ الرّقم الواقع إلى يمين الرّقم (3) يساوي (5)

نضيف (1) إلى (3) ونجعل جميع الأرقام إلى يمينه أصفاراً فنجد 6.284 = 6.2840

أولاً: إيجاد قيمة تقديريّة لناتج عمليّة حسابيّة تتضمّن كسوراً عشريّة

أمثلة محلولة

1 **قدّر الفرق بين** 130 **دقيقة و**95 **دقيقة**

الحل

130 دقيقة = 2.166666 ≈ 2 ساعة

95 دقيقة = 1.5833333 ≈ 1.5 ساعة

1 ساعة = 60 دقيقة

1 دقيقة = 60 ثانية

يُقدّر الفرق بينهما بنصف ساعة

2 **قدّر ناتج الجمع:** $40.25 + 5.98$

الحلّ

$40.25 \approx 40$

$5.95 \approx 6$

بالتالي: $40.25 + 5.98 \approx 46$ ← القيمة التقديريّة 46

القيمة الفعليّة 46.23

3 **قدّر ناتج القسمة:** $42.25 \div 5.6$

الحلّ

$42.25 \div 5.6 \approx 42 \div 6 = 7$ ← القيمة التقديريّة 7

القيمة الفعليّة 7.544642

تعلّم

لإيجاد **قيمة تقديريّة** لناتج جمع عددين أو ضربهما أو ناتج قسمة عدد على آخر نوجد قيمة تقديريّة لكلّ من العددين ثمّ نجري العمليّة.

تدريب 1

قدّر ناتج الجمع:

2 $3.129 + 4.89$

1 $15.25 + 7.9$

تدريب 2

قدّر ناتج مايلي:

2 $11.875 \div 1.9$

1 25.3×25.1

تدريب 3

قدّر وسيط الأعداد: 7.09, 6.2, 3.129, 2.125, 4.89, 1.45

من أجل إيجاد الوسيط

- نرتّب البيانات تصاعديّاً
- إذا كان عدد البيانات فرديّاً فالوسيط هو العدد الأوسط
- أمّا إذا كان عدد البيانات زوجيّاً فالوسيط هو المتوسّط الحسابيّ للعددين الأوسطين

ثانياً: إيجاد قيمة تقريبيّة لناتج عمليّة حسابيّة تتضمّن كسوراً عشريّة

أمثلة محلولة

1 **أوجد القيمة التقريبيّة للفرق بين 130 دقيقة و95 دقيقة**

الحلّ

130 دقيقة = 2.166666 ساعة

95 دقيقة = 1.5833333 ساعة

1 ساعة = 60 دقيقة

1 دقيقة = 60 ثانية

الناتج الفعليّ للفرق 0.583333

القيمة التقريبيّة للناتج الفعليّ لأقرب جزء من عشرة هو 0.6

2 **أوجد القيمة التقريبيّة للعمليّة الحسابيّة الآتية مقرّباً الناتج لأقرب جزء من عشرة:** 5.98 + 40.25

الحلّ

$5.98 + 40.25 = \underline{46.23} \approx \underline{46.2}$

الناتج الفعليّ — القيمة التقريبيّة

3 **أوجد القيمة التقريبيّة للعمليّة الحسابيّة الآتية مقرّباً الناتج لأقرب جزء من مئة:** $42.25 \div 5.6$

الحلّ

$$42.25 \div 5.6 = \underline{7.54464285714} \approx \underline{7.54}$$

الناتج الفعليّ — القيمة التقريبيّة

تعلّم

لإيجاد قيمة تقريبيّة لناتج جمع عددين أو ضربهما أو ناتج قسمة عدد على آخر نقوم بإجراء العمليّة ثمّ نقرّب.

تدريب 1

أوجد القيمة التقريبيّة للناتج لأقرب جزء من عشرة.

1 $15.25 + 7.9$

2 $3.129 + 4.89$

تدريب 2

أوجد القيمة التقريبيّة للناتج لأقرب جزء من عشرة.

1 25.3×25.1

2 $1.9 \div 11.875$

تدريب 3

مربع طول ضلعه (15.3)، أوجد قيمة تقديريّة لمساحته.

أوجد قيمة تقريبيّة للمساحة مقرّباً الناتج لأقرب جزء من عشرة.

مساحة المربّع الذي طول ضلعه a هي:

$S = a \times a = (a)^2$

الدرس الثالث

قوى العدد (10) والصورة العلميّة لعدد ما

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. قواعد حساب قوى العدد 10
2. كتابة عدد بالصورة العلميّة

تذكّر

أولاً: قوّة العدد 10:

10^n (تقرأ 10 أس n) تدلّ على ناتج ضرب العدد بنفسه n مرّة

أمثلة

$10^0 = 1$

1. $10^1 = 10$
2. $10^2 = 10 \times 10 = 100$
3. $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1000$
4. $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10000$

ثانياً: ضرب العدد العشري بقوى العدد 10

أمثلة

1. $3.164 \times 10^2 = 316.4$
2. $3.164 \times 10^3 = 3164$
3. $3.164 \times 10^4 = 31640$
4. $3.164 \times 10^5 = 316400$

ثالثاً: يمكن كتابة الأعداد على شكل جداء عاملين

العامل الأوّل عدد عشري والعامل الثاني قوّة ل10

1. $135000000 = 135 \times 10^{6}$
2. $135000000 = 13.5 \times 10^{7}$
3. $135000000 = 1.35 \times 10^{8}$
4. $135000000 = 0.935 \times 10^{9}$

أولاً: قواعد حساب قوى العدد 10

أمثلة محلولة

1. $10^{3} \times 10^{2} = (10 \times 10 \times 10) \times (10 \times 10) = 10^{5}$ ← $10^{3} \times 10^{2} = 10^{3+2} = 10^{5}$
2. $10^{3} \times 10 = (10 \times 10 \times 10) \times (10) = 10^{4}$ ← $10^{3} \times 10^{2} = 10^{3+1} = 10^{4}$
3. $107 \times 104 = 10^{7+4} = 10^{11}$
4. $10^{-3} \times 10^{4} = 10^{-3+4} = 10$

$$10^{m} \times 10^{n} = 10^{m+n}$$

تدريب 1

1. $10^{2} \times 10^{0} =$
2. $10^{4} \times 10^{3} =$
3. $10^{3} \times 700 =$
4. $10^{-2} \times 10^{8} =$
5. $10^{5} \times 0.000016 =$
6. $10^{6} \times 10 =$

أمثلة محلولة

1 $\frac{10^5}{10^3}=\frac{\cancel{10}\times\cancel{10}\times\cancel{10}\times10\times10}{\cancel{10}\times\cancel{10}\times\cancel{10}}=10^2$ ← $\frac{10^5}{10^3}=10^{5-3}=10^2$

2 $\frac{10^3}{10^5}=\frac{\cancel{10}\times\cancel{10}\times\cancel{10}}{\cancel{10}\times\cancel{10}\times\cancel{10}\times10\times10}=\frac{1}{10^2}=10^{-2}$ ← $\frac{10^3}{10^5}=10^{3-5}=10^{-2}$

$$\frac{10^m}{10^n}=10^{m-n}$$

تدريب 2

1 $\frac{10^5}{10^5}=$ 2 $\frac{10^2}{10^6}=$ 3 $\frac{10^7}{10^4}=$

أمثلة محلولة

1 $\left(10^3\right)^2=10^{3\times2}=10^6$ $(10^3)^2=(10\times10\times10)\times(10\times10\times10)=10^6$

2 $\left(10^4\right)^{-3}=10^{4\times(-3)}=10^{-12}=\frac{1}{10^{12}}$

$$(10^m)^n=10^{m+n}\quad\left(10^m\right)^n=10^{m\times n}$$

تدريب 3

1 $(10^3)^{-2}$ 2 $(10^2)^4$ 3 $(10^5)^3$

تعلّم

نعرّف $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} = 0.001$

المقلوب للعدد 10^n هو 10^{-n} ونكتب $10^{-n} = \frac{1}{10^n}$

تدريب 4

1. $10^{-1} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
2. $10^{6} = \frac{1}{10^{\cdots}}$
3. $10^{-5} = \frac{1}{10^{\cdots}}$

ثانياً: كتابة عدد بالصورة العلميّة

أمثلة محلولة

1. $10^5 \times 1.52300 = 1523000$

$= 1.523 \times 10^5$

$1 \leq 1.523 < 10$ — عدد عشري

قوّة للعدد 10

1523000 الصورة القياسيّة

1.523×10^5 الصورة العلميّة

2. اكتب العدد $x = 0.125 \times 10^5$ بالصورة العلميّة

الحلّ

$x = 1.25 \times 10^4$

$1 \leq 1.25 < 10$ — عدد عشري

قوّة للعدد 10

3 العدد 2500000 بالترميز العلميّ يساوي:

2.5 ، 2.5×10^5 ، 2.5×10^6 ، 25×10^6

الحلّ

الجواب الصحيح هو: 2.5×10^6

عامله الأوّل 2.5 يحقّق $1 \leq 2.5 < 10$
وعامله الثاني 10^6 قوّة للعدد عشرة

تعلّم

يكون العدد مكتوباً بالترميز العلميّ إذا كان:

1. عامله الأوّل (أكبر أو يساوي) الواحد و(أصغر من) 10
2. عامله الثاني قوّة ل 10

تدريب 1

اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالترميز العلميّ:

1 0.75423×10^8 2 30000000 3 780000

تدريب 2

ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة ممّا يلي:

1h = 3600 s

1 ساعة واحدة بالترميز العلميّ تساوي:

36×10^3 s ، 3.6×10^3 s ، 3.6×10^2 s ، 3600 s

2 إذا كان طول نصف قطر الكرة الأرضيّة 6400 km تقريباً. فإنّ طول قطرها بالصورة العلميّة يساوي:

1.28×10^4 km ، 1.28×10^3 km ، 1.28×10^2 km ، 6.4×10^3 km

3 إذا كان 418000 في الترميز العلميّ يساوي $4.18 \times 10x$ فإنّ $x =$ ..... .

6 ، 5 ، 4 ، 3

4 $(6 \times 107)\ (7 \times 106)$ في الترميز العلميّ هو:

4.2×10^{14} ، 4.2×10^{13} ، 4.2×10^{12} ، 6.7×10^{12}

الدرس الرابع

تحليل الأعداد إلى عواملها الأوليّة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. تحليل عدد طبيعي إلى عوامله الأوليّة.
2. التعرّف على العددين الأوليين فيما بينهما.

تذكّر

نقول عن عدد إنّه يقبل القسمة على عدد آخر إذا كان باقي القسمة عليه معدوماً

- يقبل العدد القسمة على 2 إذا كان رقم آحاده زوجيّاً.
- يقبل العدد القسمة على 3 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات ال 3.
- يقبل العدد القسمة على 5 إذا كان رقم آحاده صفراً أو 5.
- يقبل العدد القسمة على 4 إذا كان العدد المكوّن من رقمين آحاده وعشراته من مضاعفات العدد 4 أو صفرين. إصطلاحاً $10^0 = 1$
- يقبل العدد القسمة على 6 إذا كان يقبل القسمة على 3، 2 معاً.
- يقبل العدد القسمة على 9 إذا كان مجموع أرقامه من مضاعفات ال 9.

أمثلة

العدد 36 يقبل القسمة على 2 و 3 و 4 و 6 و 9

العدد 2010 يقبل القسمة على 2 و 3 و 5 و 6

العدد الأوليّ: هو عدد طبيعي أكبر تماماً من الواحد ولا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى العدد واحد

- العدد الأوليّ الوحيد الزوجيّ ماهو ؟ هل كلّ الأعداد الفرديّة أوليّة ؟

أمثلة

العدد الأوليّ الوحيد الزوجيّ ماهو ؟ هل كلّ الأعداد الفرديّة أوليّة ؟ (2، 3، 5، 7، 11، 13، 17، ...)

أولاً: تحليل عدد طبيعي إلى عوامله الأوليّة

لتحليل عدد إلى عوامله الأوليّة نلجأ إلى تطبيق قابلية القسمة على الأعداد الأوليّة 2 ثمّ 3 ثمّ 5 ثمّ 7 ثمّ ...

أمثلة محلولة

1 حلّل العدد 2520 إلى عوامله الأوليّة

2520	2
1260	2
630	2
315	3
105	3
35	5
7	7
1	

$2520 = 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

2 حلّل العدد 75 إلى عوامله الأوليّة

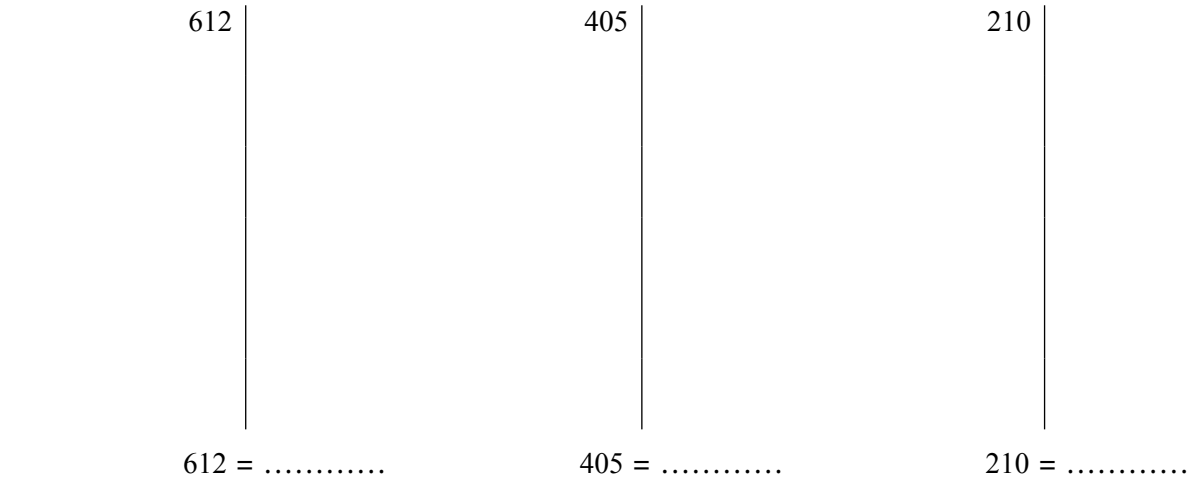
75	3
25	5
5	5
1	

$75 = 3 \times 5^2$

لتحليل عدد إلى عوامله الأوليّة نلجأ إلى تطبيق قابلية القسمة على الأعداد الأوليّة 2 ثمّ 3 ثمّ 5 ثمّ 7 ثمّ ...

تدريبات

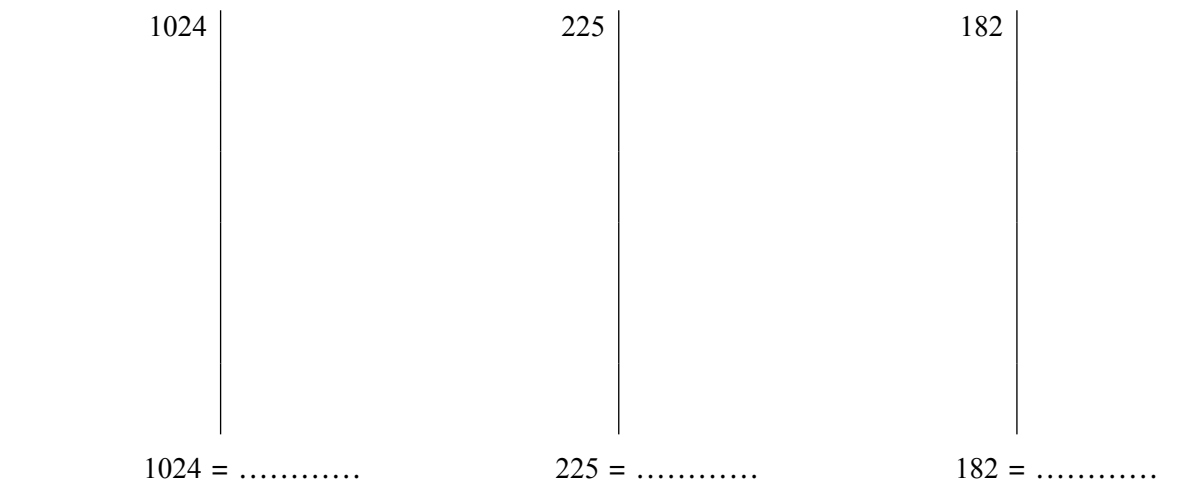
1 حلّل العدد 210 إلى عوامله الأوليّة



2 حلّل العدد 405 إلى عوامله الأوليّة

3 حلّل العدد 612 إلى عوامله الأوليّة

1 حلّل العدد 182 إلى عوامله الأوليّ



2 حلّل العدد 225 إلى عوامله الأوليّة

3 حلّل العدد 1024 إلى عوامله الأوليّة

ثانياً: التعرّف على العددين الأوليين فيما بينهما

أمثلة محلولة

14	2
7	7
1	

$14 = 2 \times 7$

15	3
5	5
1	

$15 = 3 \times 5$

لا توجد عوامل أوليّة مشتركة بينهما ومنه:
العامل المشترك الأكبر لهما يساوي الواحد

إن العددين 14، 15 هما أوليان فيما بينهما.

8	2
4	2
2	2
1	

$8 = 2^3$

13	13
1	

$13 = 13$

لا توجد عوامل أوليّة مشتركة بينهما ومنه:
العامل المشترك الأكبر لهما يساوي الواحد

إنّ العددين 13، 8 هما أوليّان فيما بينهما.

تعلّم

العددان الأوليّان فيما بينهما هما عددان العامل المشترك الأكبر لهما يساوي الواحد

أي لا يوجد بينهما عامل مشترك سوى الواحد

تدريب 1

1. بيّن أنّ العددين 20، 21 أوليّان فيما بينهما

الحلّ

20	2
10	2
5	5
1	

..... = 20

21	3
7	7
1	

21 = ...

إن العددين 20، 21 هما .....

2. بيّن أنّ العددين 17 ، 31 أوليّان فيما بينهما

الحلّ

17	

17 = ...

31	

31 = ...

إن العددين 17، 31 هما .....

تدريب 2

1. هل العددان 24 ، 15 أوليّان فيما بينهما ؟ و لماذا؟
2. هل العددان 8 ، 15 أوليّان فيما بينهما ؟ و لماذا؟

تعلّم

إذا قبل عدد القسمة على عددين أوليين فيما بينهما، فإنّه يقبل القسمة على جداء ضربيهما

أمثلة محلولة

1. العدد 2022 يقبل القسمة على 2

   العدد 2022 يقبل القسمة على 3

الحل

إنّ العددين 2 ، 3 أوليّان فيما بينهما

إذاً العدد 2022 يقبل القسمة على $3 \times 2 = 6$

2. العدد 182 يقبل القسمة على 2

   العدد 182 يقبل القسمة على 7

الحل

إنّ العددين 2، 7 أوليّان فيما بينهما

إذاً العدد 182 يقبل القسمة على $7 \times 2 = 14$

تدريب 3

1. بيّن أنّ العدد 375 يقبل القسمة على 15
2. بيّن أنّ العدد 2106 يقبل القسمة على 18

الدرس الخامس العامل المشترك الأكبر والمضاعف المشترك الأصغر

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. إيجاد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)
2. إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ)

تذكّر

1. **العامل المشترك الأكبر لعدّة أعداد طبيعية:** هو أكبرعدد مشترك يقسم كلاً من هذه الأعداد.

أمثلة

العامل المشترك الأكبر هو 6 لأنّه أكبر عدد بين العوامل المشتركة

العدد 12 يقبل القسمة على	العدد 18 يقبل القسمة على
12	18
6	9
4	6
3	3
1	3
	1

2. **المضاعف المشترك الأصغر:** هو أصغر عدد يقبل القسمة على كلّ من هذه الأعداد

أمثلة

العدد 24 هو أصغر عدد يقبل القسمة على كل من العددين 8 و 6

أولا: إيجاد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ)

أمثلة محلولة

1 **أوجد ع.م.أ للعددين 48 ، 60**

الحلّ

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2^4 \times 3$

60	2
30	2
15	3
5	5
1	3

$60 = 2^2 \times 3 \times 5$

ع.م.أ هو $2^2 \times 3 = 4 \times 3 = 12$

2 **أوجد ع.م.أ للعددين 126، 196**

الحلّ

126	2
63	3
21	3
7	7
1	

$126 = 2 \times 3^2 \times 7$

196	2
98	2
49	7
7	7
1	

$169 = 2^2 \times 7^2$

ع.م.أ هو $2 \times 7 = 14$

3 أوجد ع.م.أ للأعداد 49، 26، 15

الحلّ

15	3
5	5
1	

$15 = 3 \times 5$

26	2
13	13
1	

$26 = 2 \times 13$

49	7
7	7
1	

$49 = 7^2$

ع.م.أ هو 1

نلاحظ أنّ الأعداد الثلاث أوليّة فيما بينها

اذا كانت الاعداد اولية فيما بينها يكون العامل المشترك الاكبر لهما مساوياً الواحد

تعلّم

لإيجاد العامل المشترك الأكبر لعدّة أعداد طبيعية:

- نحلّلها إلى عواملها الأوليّة، ثمّ نكتبها على صورة جداء قوى.
- فيكون العامل المشترك الأكبر لها: هو جداء القوى ذات الأساس المشترك بأصغر أس.

تدريبات

1 أوجد ع.م.أ للعددين 126، 21

الحلّ

126	

126 = ...

21	

21 = ...

ع.م.أ هو .....

2 أوجد ع.م.أ للعددين 612، 180

الحلّ

612	180
..... = 612	..... = 180

ع.م.أ هو .....

3 أوجد ع.م.أ للعددين 252، 90

الحلّ

252	90
..... = 252	..... = 90

ع.م.أ هو .....

ثانياً: إيجاد المضاعف المشترك الأصغر (م.م.أ)

أمثلة محلولة

1. أوجد م.م.أ للعددين 24، 16

الحلّ

24 | 2
12 | 2
6 | 2
3 | 3
1	

$24 = 2^3 \times 3$

16 | 2
8 | 2
4 | 2
2 | 2
1	

$16 = 2^4$

م.م.أ هو $2^4 \times 3 = 16 \times 3 = 48$

2. أوجد م.م.أ للعددين 21، 84

الحلّ

21 | 3
7 | 7
1	

$21 = 3 \times 7$

84 | 2
42 | 2
21 | 3
7 | 7
1	

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

م.م.أ هو $2^2 \times 3 \times 7 = 84$

إذا كان أحد العددين مضاعفاً للآخر يكون المضاعف المشترك الأصغر لهما هو العدد الأكبر بينهما.

3. أوجد م.م.أ للأعداد 49، 26، 15

الحلّ

49 | 7	26 | 2	15 | 3
7 | 7	13 | 13	5 | 5
1	1	1
$49 = 7^2$	$26 = 2 \times 13$	$15 = 3 \times 5$

م.م.أ هو العدد $7^2 \times 2 \times 13 \times 3 \times 5 = 19110$

م.م.أ هو $49 \times 26 \times 15 = 19110$

نلاحظ أن الأعداد الثلاث أولية فيما بينها

إذا كانت الأعداد أولية فيما بينها يكون المضاعف المشترك الأصغر لها يساوي جداء هذه الأعداد.

تعلّم

لإيجاد المضاعف المشترك الأصغر لعدّة أعداد طبيعيّة:

- نحلّلها إلى عواملها الأوليّة، ثمّ نكتبها على صورة جداء قوى.
- فيكون المضاعف المشترك الأصغر لها: هو جداء القوى ذات الأساس المشترك وغير المشترك بأكبر أس.

تدريبات

1. أوجد م.م.أ للعددين 30، 8

الحلّ

30 |	8 |
..... = 8	..... = 30

م.م.أ هو .....

2 أوجد م.م.أ للعددين 12، 25

الحلّ

12	25
..... = 25	..... = 25

م.م.أ هو .....

2 أوجد م.م.أ للعددين 55، 110

الحلّ

55	110
..... = 25	..... = 25

م.م.أ هو .....

الدرس السادس

مقارنة الكسور

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. مفهوم الكسور المتكافئة.
2. مقارنة كسرين أو أكثر.

تذكّر

1. الكسران المتكافئان هما كسران لهما القيمة ذاتها (متساويان)

مثال

$\frac{2}{5} = 0.4$ ومنه $\frac{10}{25}$ يكافىء $\frac{2}{5}$

$\frac{10}{25} = 0.4$ أي أن $\frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

2. يتكافأ كسران إذا كان الضرب التقاطعي لهما صحيحاً

مثال

بيّن أنّ الكسرين $\frac{6}{15}$ ، $\frac{2}{5}$ متكافئان

الحلّ

نعلم أن: جداء الطرفين = جداء الوسطين

ومنه: $(6)(5) = (2)(15)$

$(2)(15) = 30$

$(6)(5) = 30$

فيكون $\frac{2}{5} = \frac{6}{15}$ أي أنّهما متكافئان

أولاً: مفهوم الكسور المتكافئة

أمثلة محلولة

1 **أختبر تكافؤ الكسرين** $\frac{4}{10}$ ، $\frac{12}{30}$

الحلّ

نستخدم الضرب التقاطعي:

$(12)(10) = 120$

$(4)(30) = 120$

ومنه: $(4)(30) = (12)(10)$

إذاً $\frac{4}{10} = \frac{12}{30}$ أي أنّ الكسرين متكافئان

2 **أختبر تكافؤ الكسرين** $\frac{7.5}{3}$ ، $\frac{2.5}{4}$

الحلّ

نستخدم الضرب التقاطعي:

$(2.5)(3) = 7.5$

$(7.5)(4) = 30$

$(3)(2.5)$ لا يساوي $(4)(7.5)$

إذاً $\frac{4}{10}$ لا يساوي $\frac{12}{30}$ أي أنّ الكسرين غير متكافئين

3 **أختبر تكافؤ الكسرين** $\frac{18}{27}$ ، $\frac{36}{54}$

الحلّ

نستخدم الضرب التقاطعي:

$(36)(27) = 972$

$(18)(54) = 972$

ومنه: $(18)(54) = (36)(27)$

إذاً $\frac{18}{27} = \frac{36}{54}$ أي أنّ الكسرين متكافئان

تدريبات

1. اختبر تكافؤ الكسرين $\frac{6}{20}$ ، $\frac{3}{10}$

2. اختبر تكافؤ الكسرين $\frac{24}{9}$ ، $\frac{48}{3}$

أمثلة محلولة

1. اكتب كسرين يكافئان $\frac{20}{25}$

الحلّ

$$\frac{20}{25} = \frac{20 \div 5}{25 \div 5} = \frac{4}{5}$$

يمكن أن نحصل على كسور مكافئة لكسر معيّن بتقسيم البسط والمقام على عدد معين.

وتكون الكسور الناتجة أبسط من الكسر المعطى

$$\frac{20}{25} = \frac{20 \times 3}{25 \times 3} = \frac{60}{25}$$

يمكن أن نحصل على كسور مكافئة لكسر معيّن بضرب البسط والمقام بعدد معين.

2. اكتب الكسر $\frac{180}{324}$ بأبسط صورة

إذا قسّمنا البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر لهما حصلنا على كسر بأبسط صورة.

الحلّ

$$\frac{180}{324}=\frac{180\div 36}{324\div 36}=\frac{5}{9}$$

نحلّل البسط والمقام إلى عوامل أوليّة ونوجد العامل المشترك الأعلى لهما.

ثمّ نقسّم البسط والمقام على العامل المشترك الأعلى الذي نحصل عليه.

180	2
90	2
45	3
15	3
5	5
1	

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

324	2
24	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

$324 = 2^2 \times 3^4$

ع.م.أ هو $2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

أو نكتب:

$$\frac{180}{324}=\frac{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times 5}{\cancel{2}\times\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times 3\times 3}=\frac{5}{9}$$

نحلّل البسط والمقام إلى عوامل أوليّة ثمّ نختصر.

طريقة ثانية:

$$\frac{180}{324}=\frac{180\div 2}{324\div 2}=\frac{90\div 2}{162\div 2}=\frac{45\div 9}{81\div 9}=\frac{5}{9}$$

تدريبات

اكتب الكسور الآتية بأبسط صورة: $\frac{63}{81}$ ، $\frac{224}{320}$ ، $\frac{102}{255}$ ، $\frac{132}{165}$ ، $\frac{148}{185}$

مثال محلول

اختبر تكافؤ الكسرين: $\frac{132}{165}$ ، $\frac{148}{185}$ **بطريقتين:**

الحلّ

الطريقة (1):

نستخدم الضرب التقاطعي:

$(148)\ (165) = 24420$

$(132)\ (185) = 24420$

ومنه: $(148)\ (165) = (132)\ (185)$

إذا $\frac{148}{185} = \frac{132}{165}$

أي أنّ الكسرين متكافئان

الطريقة (2):

نردّ كلاً من الكسرين إلى أبسط صورة

132	2
66	2
33	3
11	11
1	

165	3
55	5
11	11
1	

$$\frac{132}{165} = \frac{2\times2\times\cancel{3}\times\cancel{11}}{\cancel{3}\times5\times\cancel{11}} = \frac{4}{5}$$

$$\frac{148}{185} = \frac{2\times2\times\cancel{37}}{5\times\cancel{37}} = \frac{4}{5}$$

إذا $\frac{148}{185} = \frac{132}{165}$

أي أنّ الكسرين متكافئان

148	2
74	2
37	37
1	

185	5
37	37
1	

تدريبات

1. **اختبر تكافؤ الكسرين:** $\frac{72}{108}$ ، $\frac{48}{96}$ **بالطريقة التي تراها مناسبة.**

2. **اختبر تكافؤ الكسرين:** $\frac{54}{90}$ ، $\frac{135}{225}$ **بالطريقة التي تراها مناسبة.**

اختبار وحدة الأعداد العشريّة والكسور

السؤال الأول

ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. أيّ عددين أوليين فيما بينهما يكون (ع.م.أ) لهما مساوياً:

5	1	جداؤهما	طرحهما

2. الصورة العلميّة للعدد 15460000 هي:

1546×10^4	154.6×10^5	15.46×10^6	1.546×10^7

3. الكسر المكافئ للكسر $\frac{3}{5}$

$\frac{5}{3}$	$\frac{355}{555}$	$\frac{120}{200}$	$\frac{17}{35}$

4. العدد العشريّ الأصغر من العدد 3.1245 هو:

3.301	2.9991	4.0001	5.1

5. عند تقديرناتج قسمة: $2.895 \div 14.775$ يكون:

7	6	15	5

السؤال الثاني

أوجد (م.م.أ) للأعداد: (225، 400، 1250)

132	400	1250

السؤال الثالث:

اختبر تكافؤ الكسرين: $\frac{13}{25}$ ، $\frac{650}{1250}$ **بالضرب التقاطعي.**

الدرس الاول

تقدير النسب والمعدلات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. تقدير النسب والمعدلات.
2. النسبتان المتكافئتان.

أولاً: تقدير النسب والمعدّلات

تذكّر

النسبة: هي مقارنة بين كميّتين بالقسمة.

المعدّل: هو النسبة التي تقارن بين كميّتين لهما وحدتان مختلفتان.

مثال

سجّل فريق كرة قدم 8 أهداف في 3 مباريات.

قدّر عدد الأهداف المسجّلة في المباراة الواحدة.

الحلّ

نقسّم عدد الأهداف على عدد المباريات أي $\frac{8}{3}$ وبما أنّ الرقم (8) لا يقبل القسمة على الرقم (3) فإنّنا نقرّب الرّقم (8) إلى أقرب رقم يقبل القسمة على (3) وأقرب رقم هو (9)

فيكون $\frac{8}{3} \approx \frac{9}{3} \approx 3$ أي ثلاثة أهداف في المباراة الواحدة.

هذه العمليّة التي قمنا بها تسمّى التقدير.

تعلّم

التقدير الأفضل ليس الناتج الحقيقي بل الأقرب من معقولية الناتج.

تدريب

يبيع سمّان (4) علب فول بسعر (175) ليرة. ويبيع (7) علب فول من النوعية ذاتها ب (205) ليرة.

بتقديرك أيّ العرضين أفضل ؟

الحلّ

$$\frac{175}{4} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$$

$$\frac{205}{7} = \ldots\ldots = \ldots\ldots = \ldots\ldots$$

فالعرض الذي يبيع ..... هو الأفضل

ثانياً: النسبتان المتكافئتان

$$\frac{90s}{6\,min} = \frac{90s}{6\times 60s} = \frac{60}{360} = \frac{1}{4}$$

$$\frac{25cm}{1m} = \frac{25cm}{1\times 100cm} = \frac{25cm}{100cm} = \frac{1}{4}$$

ممّا سبق نلاحظ أنّ $\frac{9}{360} = \frac{25}{100}$

فهاتان النسبتان تمثّلان العدد ذاته فنسميهما نسبتين متكافئتين.

تعلّم

إن النسبتين اللتين تمثلان العدد ذاته هما نسبتان متكافئتان

مثال

هل النسبتان متكافئتان؟ $\frac{10 \text{ دقائق}}{1 \text{ ساعة}} = \frac{4 \text{ ساعات}}{1 \text{ يوم}}$

الحلّ

$$\frac{1}{6} = \frac{10}{60} = \frac{10 \text{ دقائق}}{60 \times 1 \text{ دقائق}} = \frac{10 \text{ دقائق}}{1 \text{ ساعة}}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{4}{24} = \frac{4 \text{ ساعات}}{24 \times 1 \text{ دقائق}} = \frac{4 \text{ ساعات}}{1 \text{ يوم}}$$ فالنسبتان متكافئتان.

تدريب

إذا كان عمر حسان 12 سنة وعمر ريم 16 سنة

1. احسب النسبة بين عمريهما.
2. احسب النسبة بين عمريهما بعد 4 سنوات.
3. هل النسبتان متكافئتان ؟

الحلّ

1. النسبة بين عمريهما = ...
2. النسبة بين عمريهما بعد 4 سنوات = ...
3. فالنسبتان .....

الدرس الثاني

حل التناسب

عزيزي الطالب / عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. حل التناسب بالحساب الذهني.
2. حل التناسب باستخدام معدلات الوحدة.
3. حل التناسب باستخدام الضرب التقاطعي.

أولاً: حلّ التناسب بالحساب الذّهنيّ

تذكّر

- التناسب: هو مساواة بين نسبتين.
- حلّ التناسب: هو إيجاد قيمة المجهول.
- الكسور المتكافئة.

مثال

لحلّ التناسب $\frac{18}{45}=\frac{x}{20}$ ذهنيّاً

نتذكّر أنّ النسبة $\frac{18}{45}$ في أبسط صورة هي $\frac{2}{5}$ (بالقسمة على 9)

فيكون: $\frac{2}{5}=\frac{x}{20}$ (بالضرب في 4)

فيكون: $x = 2 \times 4$

ومنه: $x = 8$

تدريبات

1. حلّ ذهنيّاً التناسب: $\frac{8}{12}=\frac{x}{36}$

الحلّ

نعلم أنّ الكسر $\frac{8}{12}$ في أبسط صورة هو .....

فيكون: $\frac{.....}{3}=\frac{x}{36}$

لكنّ ..... × 36 = x × 3 فيكون ..... = ... × ..... = x

2. أوجد قيمة x في كلّ تناسب ممّا يلي (ذهنيّاً).

$\frac{x}{24}=\frac{2}{3}$ $\qquad$ $\frac{21}{28}=\frac{3}{x}$

ثانياً: حلّ التناسب باستخدام معدّل الوحدة

تذكّر

- معدّل الوحدة: هو مقارنة بين كميّة مع وحدة واحدة من كميّة أخرى.
- مقام معدّل الوحدة هو العدد 1.

مثال

إذا كان ثمن 5 أقلام هو 1125 فما ثمن 8 أقلام من النوعية ذاتها؟

الحلّ

1. نحسب معدّل الوحدة (أي نحسب ثمن القلم الواحد)

$$\frac{1125}{5} = \frac{1125 \div 5}{5 \div 5} = \frac{225}{1}$$

نجعل المقام = 1 لذلك
نقسم حدي الكسر على 5

فيكون ثمن القلم الواحد = 225 ليرة.

2. لحساب المطلوب فإنّنا نضرب ثمن القلم الواحد بعدد الأقلام.

$225 \times 8 = 1800$

إذاً ثمن 8 أقلام يساوي 1800 ليرة.

تدريبات

1. مع حسام 2225 ليرة. كم علبة حلوى (من النوع ذاته) يمكن شراؤها ، إذا كان ثمن 6 علب حلوى 1350 ليرة ؟

الحلّ

نحسب معدّل الوحدة (أي ثمن العلبة الواحدة).

$$\frac{1350}{6} = \frac{\ldots\ldots \div \ldots\ldots}{\ldots\ldots \div \ldots\ldots} =$$

فيكون: عدد العلب: ..... = ... × .....

2. إذا كان ثمن 4 زجاجات من الزّيت 380 ليرة، فما ثمن 7 زجاجات من الزّيت ذاته ؟.

ثالثاً: حلّ التناسب باستخدام الضرب التقاطعي

تذكّر

في التناسب $\frac{5}{6} = \frac{20}{24}$ فإنّ كلاً من 24×5 ، 20×6 يسمّيان حاصل الضرب التقاطعي.

في المثال السابق نجد أنّ $120 = 24 \times 5$ ، $120 = 20 \times 6$ أي أنّ حاصلي الضرب التقاطعي متساويان.

تعلّم

1. في التناسب يكون حاصلا الضرب التقاطعي متساويين

أي: إذا كان $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ حيث: $(b\neq 0 ،d\neq 0)$ فإن $a\,d = c\,b$.

2. إذا كان $a\,d = c\,b$ فإن $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ حيث: $(d\neq 0 ،b\neq 0)$

مثال

باستخدام الضرب التقاطعي أوجد قيمة x (حلّ التناسب) $\frac{6}{x}=\frac{21}{49}$

الحلّ

بما أنّه في التناسب حاصلي الضرب التقاطعي متساويان فإنّ: $21 \times x = 6 \times 49$

فيكون: $21x = 294$ إذاً: $x=\frac{294}{21}=14$

تدريبات

❶ أوجد قيمة x في التناسب $\frac{10}{x}=\frac{14}{63}$

الحل

..... × ..... = ... × x

..... = ...

..... = x

❷ اشترى تاجر بضاعة بمبلغ 37500 ليرة، باعها وربح فيها، ما مقدار الرّبح إذا كانت نسبة الرّبح إلى ثمن الشراء 2:15 (أنتبه 2:15 تعني $\frac{2}{15}$)

الدرس الثالث

تقدير النسبة المئوية لعدد وإيجادها

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- تقدير النسبة المئوية لعدد ما و إيجادها.

تذكّر

$n\%$ لعدد x من عدد y تعني $\frac{x}{y}=\frac{n}{100}$

مثال:

لحساب 20% للعدد 50

نفرض أنّ المطلوب x وعندها علينا حساب 20% لعدد x من العدد 50 فيكون:

$$\frac{x}{50}=\frac{20}{100}$$

فيكون: $x=\frac{20\times 50}{100}=10$

تعلّم

يستخدم تقدير النسبة المئوية لإعطاء صورة قريبة من الحقيقة.

مثال

لتقدير 43 % من العدد 1620

نفرض أنّ المطلوب x فيكون علينا تقدير 43% لعدد x من العدد 1620 فنكتب:

$$\frac{x}{1620} = \frac{40}{100}$$

ويقدّر كما يلي: $\frac{x}{1600} \approx \frac{40}{100}$

$$x \approx \frac{40 \times 1600}{100} \approx 640$$

تدريبات

قدّر 62 % من العدد 1409

الحلّ:

نفرض أنّ العدد المطلوب x فيكون:

$$\frac{x}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$$

$$\frac{x}{\ldots} = \frac{\ldots}{\ldots}$$

$x \approx \ldots\ldots\ldots$

الدرس الرابع

علاقة النسبة المئوية بالأعداد الصحيحة والكسور

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. علاقة النسبة المئوية بالأعداد الصحيحة والكسور.
2. $a\%$ من b يساوي $\frac{a \times b}{100}$
3. مقارنة $a\%$ من b مع $d\%$ من c

أولاً: علاقة النسبة المئويّة بالأعداد الصحيحة والكسريّة

تذكّر

تمثّل النسبة المئويّة بعدّة نماذج: قطعة مستقيمة، شبكة مربعات 10×10، قطاع دائريّ.

في التمثيل بالقطاع الدّائريّ يمثّل القسم الواحد من مئة بقطاع زاويته 3.6°

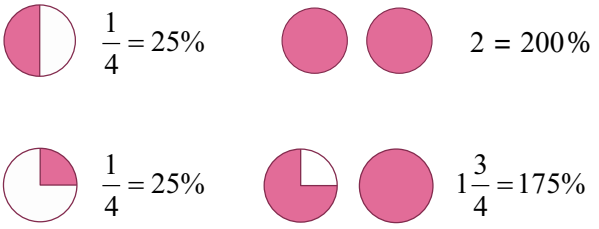
تعلّم

1. يمكن أن تكون النسبة المئوية 0% أو 100% أو بينهما أو أكثر من 100%.
2. الكسر العادي البسيط هو نسبة مئوية أصغر من 100%.
3. العدد الكسري هو نسبة مئوية أكبر من 100%.
4. أي عدد صحيح هو نسبة مئوية مضاعفة ل 100% بمقداره.

أمثلة

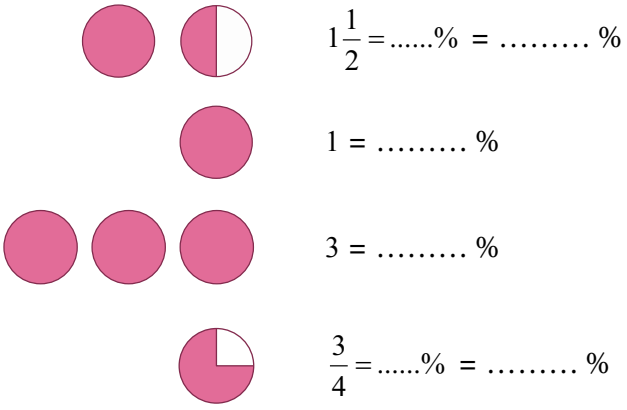
1. العدد الصحيح 8 هو 800% وكذلك العدد الصحيح 3 هو 300%.

2. النسب المئويّة الواردة تمثّل بقطاعات دائريّة كما يلي.



تدريب

العدد الصحيح 7 = % .....



ثانياً: a% من b يساوي $\frac{a \times b}{100}$

مثال

40% من 60 يساوي $\frac{40 \times 60}{100} = 24$

تدريبات

احسب ما يلي:

1. 25% من 80.
2. 20% من 125

ثالثاً: مقارنة a% من b مع d% من c

تعلّم

لمقارنة a% من b مع d% من c فإنه نقارن بين حاصل الجداءين (a , b) و (d , c)

مثال

أيّهما أكبر 30% من 120 أم 40% من 110 ؟

الحلّ

للمقارنة فإنّنا نحسب كلاً من:

$120 \times 30 = 3600$

$110 \times 40 = 4400$

وبما أنّ: $3600 < 4400$

فإنّ 30% من 120 < 40% من 110

تدريب

أيّهما أكبر 70% من 50 أم 90% من 40 ؟

الدرس الخامس

حل مسائل بمعادلات تتضمن نسبة مئوية

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- حل مسائل بمعادلات تتضمن نسبة مئوية

إستراتيجية حلّ مسألة باستخدام المعادلات هي: أفهم، أخطط، أنفذ، أتحقّق

تذكّر

1. $n\%x = x\,\frac{n}{100}$ فمثلاً $30\%x = x\,\frac{30}{100}$

2. $x = 100\%x = 100x\%$

مسألة محلولة

أسهمت عبير ورشا في حملة تبرعات بمبلغ 7500 ليرة ، حيث أسهمت رشا بـ 150% ممّا أسهمت به عبير احسب مقدار إسهام كلّ منهما.

الحلّ

لنفرض أنّ ما أسهمت به عبير هو x أي $100\%x = 100x\%$

فيكون إسهام رشا هو $150\%x = 150x\%$.

لكنّ: ما أسهمت به رشا + ما أسهمت به عبير = 7500 ليرة.

فيكون: $100x\% + 150x\% = 7500$

$250x\% = 7500$

$\frac{250x}{100}$ فيكون $250x = 7500 \times 100$

مساهمة عبير $x = \frac{7500\times100}{250} = \frac{750000}{250} = 3000$

فتكون مساهمة رشا هي: $7500 - 3000 = 4500$

التحقّق: $3000 + 4500 = 7000$

الدرس السادس

تزايد وتناقص النسب المئوية

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. تتغير النسبة المئوية إذا تغير الجزء أو الكل.
2. تزداد النسبة المئوية عندما يزداد الجزء من الكل أو ينقص الكل ويبقى الجزء ثابتاً.
3. تنقص النسبة المئوية عندما ينقص الجزء من الكل أو يزداد الكل ويبقى الجزء ثابتاً.

مثال محلول

في إحدى المدارس كان عدد التلاميذ 120 تلميذاً وعدد التلميذات 360 تلميذة في الفصل الأوّل. انتقل إليها في بداية الفصل الدّراسيّ الثاني 10 تلاميذ و 10 تلميذات. المطلوب:

1 ما النسبة المئويّة لعدد التلاميذ والتلميذات في الفصل الأوّل؟

العدد الكليّ = 120 + 360 = 480.

النسبة المئويّة لعدد التلاميذ في الفصل الأوّل. $= \frac{120}{480} \times 100 = 25$

النسبة المئويّة لعدد التلاميذ في الفصل الثاني. $= = \frac{360}{480} \times 100 = 75$

2 ما النسبة المئويّة لعدد التلاميذ والتلميذات في الفصل الثاني؟

500 = مجموعهما
$\left.\begin{array}{l} 130 = 120 + 10 \text{ = عدد التلاميذ في الفصل الثاني.} \\ 370 = 360 + 10 \text{ = عدد التلميذات في الفصل الثاني.} \end{array}\right\}$

النسبة المئويّة لعدد التلاميذ في الفصل الثاني. $= \frac{130}{500} \times 100 = 26$

النسبة المئويّة لعدد التلميذات في الفصل الثاني. $= = \frac{370}{500} \times 100 = 74$

3 هل زادت النسبة المئوية لعدد التلاميذ أم نقصت؟ ما مقدارالتغيّرفيها؟

زادت بمقدار: 1 = 25 – 26 أي زادت بمقدار 1%.

4 هل زادت النسبة المئويّة لعدد التلميذات أم نقصت؟ ما مقدارالتغيّرفيها؟

نقصت بمقدار: 1 = 75 – 76 أي نقصت بمقدار 1%.

اختبار وحدة النسب والمعدّلات والتناسب

السؤال الأول:

ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. **النسبة التي يمكن أن تشكّل تناسباً مع ($\frac{4}{5}$) هي:**

$\frac{5}{4}$ $\quad$ $\frac{55}{44}$ $\quad$ $\frac{64}{80}$ $\quad$ $\frac{2.14}{3.15}$

2. **إذا كان:** $\frac{45}{75}=\frac{x}{30}$ **فإنّ** X **تساوي:**

6 $\quad$ 18 $\quad$ 45 $\quad$ 50

3. **فيما يأتي المعدّلات المتكافئة هي:**

$\frac{3m}{5s}$, $\frac{60cm}{1s}$ $\quad$ $\frac{3m}{5s}$, $\frac{100cm}{1s}$ $\quad$ $\frac{3m}{5s}$, $\frac{60s}{1cm}$ $\quad$ $\frac{3m}{5s}$, $\frac{5m}{3s}$

4. **العدد الصحيح المساوي للنسبة المئويّة 700% هو:**

35 $\quad$ 70 $\quad$ 7 $\quad$ 123

5. **إنّ النسبة المئويّة 25% من العدد 500 تقدّر بـ:**

200 $\quad$ 25 $\quad$ 1500 $\quad$ 125

6. **إذا كتب حسان 16 صفحة في ثلاث ساعات وربع، فإنّ أفضل تقدير لعدد الصفحات التي كتبها في ساعة واحدة هو:**

5 صفحات $\quad$ 10 صفحات $\quad$ 8 صفحات $\quad$ 15 صفحة

السؤال الثاني:

اكتب كلاً من النسب المئويّة الآتية على شكل كسر عشريّ ثمّ كسر عاديّ:

1. 160%
2. 0.8%
3. 45%

الكسور العاديّة والأعداد الكسريّة

الدرس الاول

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. تحويل الكسر إلى عدد كسريّ.
2. تحويل عدد كسريّ إلى كسر.

أولاً: تحويل الكسر إلى عدد كسري

تذكّر

- الكسر: للكسر حدان، حد فوق خط الكسر يسمى الحد العلوي وحد تحت خط الكسر يسمى الحد السفلي

أي: الكسر $\frac{a}{b}$ فيه: البسط (a)، المقام (b)

- عندما يساوي البسط المقام فإنّ الكسر يساوي الواحد

أي: إذا كان $a = b$ فإن $\frac{a}{b} = 1$

- الكسر ينعدم إذا كان بسطه صفراً.

- لا يمكن قسمة عدد على صفر.

نشاط

أكمل وفق النموذج:

1. $\frac{37}{5} = \frac{35+2}{5} = \frac{35}{5} + \frac{2}{5} = 7 + \frac{2}{5} = 7\frac{2}{5}$

2 $\frac{48}{7} = \frac{....+6}{7} = \frac{....}{....} + \frac{6}{....} = 6 + \frac{....}{7} = 6\frac{....}{7}$

3 $\frac{82}{9} = \frac{....+....}{....} = \frac{....}{....} + \frac{....}{....} = ... + \frac{....}{....} = ...\frac{....}{....}$

تعلّم

إذا كان a, b عددين صحيحين وكان $a > b$ ، $b \neq 0$ فإنّ: $\frac{a}{b} = c + \frac{t}{b} = c\,\frac{t}{b}$

حيث c ناتج قسمة a على b وَ t باقي القسمة حيث $t < b$

تدريب

حوّل كلاً من الكسور الآتية إلى أعداد كسريّة:

1 $\frac{14}{6} = 2\frac{....}{6}$ 2 $\frac{44}{10} = ...\frac{....}{....}$ 3 $\frac{87}{5} = ...\frac{....}{....}$

تمرين

1 $\frac{33}{4} = ...\frac{....}{....}$ 2 $\frac{25}{6} = ...\frac{....}{....}$ 3 $\frac{43}{8} = ...\frac{....}{....}$ 4 $\frac{59}{7} = ...\frac{....}{....}$

تطبيق

غرفة أرضـها مسـتطيلة الشـكل بعداها 4 m و 5 m نريد تغطيتها ببلاط مربع الشكل طول ضلع البلاطة الواحدة $\frac{2}{3}$ m

ما عدد البلاطات اللازمة لذلك ؟

الحلّ

احْسُب مساحة أرض الغرفة: مساحة المستطيل = الطول × العرض

$S_1 = 5 \times 4 = 20\ m^2$

احْسُب مساحة البلاطة الواحدة المربعة:

$S_2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}\ m^2$

أُقسّم مساحة الغرفة على مساحة البلاطة الواحدة:

$$S_1 \div S_2 = 20 \div \frac{4}{9} = 20 \times \frac{9}{4} = 45$$

تطبيق

إذا كان عمر أحمد 10 سنوات وعمر والده 30 سنة بعد كم سنة يصبح عمر أحمد يساوي $\frac{2}{3}$ عمر والده ؟

الحلّ

افرض المدة x يصبح فيها عمر أحمد يساوي $10 + x$ فيكون عمر والده يساوي $30 + x$

$$10 + x = \frac{2}{3}(30 + ...)$$

$$10 + x = \frac{2}{3} \times ..... + \frac{2}{3} \times .....$$

$$x - \frac{2}{3}x = 20 - .....$$

$$\frac{1}{3}x = 10 \quad \text{ومنه:} \quad x = 30 \text{ سنة}$$

تدريب

احسب في كلّ من الحالات الآتية العدد x:

1. $3x = 19$ ومنه: $x = \frac{19}{3}$

2. $8x = 43$ ومنه: $x = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

3. $3.5x = 7$ ومنه: $x = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots}$

تمرين

1. $x = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ومنه: $6x = 16$
2. $x = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ومنه: $16x = 66$
3. $x = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ومنه: $10x = 1$
4. $x = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$ ومنه: $2.5x = 10$

ثانياً: تحويل عدد كسريّ إلى كسر عاديّ

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- كلّ عدد صحيح هو كسر مقامه العدد 1.
- لجمع كسرين نوحّد المقامات أولاً ثمّ نجمع البسط مع البسط ويكون الجواب بسطاً للناتج.
- ويكون مقام الناتج المقام المشترك.

نشاط

أكمل وفق النموذج:

1. $3\frac{6}{7} = 3 + \frac{6}{7} = \frac{21}{7} + \frac{6}{7} = \frac{27}{7}$
2. $2\frac{9}{4} = 2 + \frac{\dots\dots}{4} = \frac{\dots\dots}{4} + \frac{9}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{4}$
3. $6\frac{5}{2} = \dots + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots} + \frac{\dots\dots}{\dots\dots} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

تعلّم

لتحويل عدد كسريّ إلى كسر عاديّ نقوم ب:

$$a\frac{t}{b} = \frac{a \times b + t}{b} \quad ; b \neq 0$$

تدريب

حوّل كلاً من الأعداد الكسريّة الآتية إلى كسور عاديّة:

1. $12\frac{1}{2} = \frac{25}{2}$
2. $5\frac{1}{12} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
3. $6\frac{9}{10} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

تمرين

1. $3\frac{2}{5} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
2. $5\frac{6}{7} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
3. $2\frac{4}{9} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
4. $7\frac{2}{11} = \frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

الدرس الثاني

تقدير الكسور العاديّة والأعداد الكسريّة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- تقدير الكسور والأعداد الكسريّة.

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- الكسر يتألف من بسط ومقام.
- يجب أن نقارن بين البسط والمقام لنتمكّن من تقدير الكسر.

تمهيد:

تقدّر كلّ من الكسور $\frac{10}{12}$ ، $\frac{21}{23}$ ، $\frac{16}{15}$ بالعدد 1. (لاحظ: البسط قريب من المقام).

تقدّر كلّ من الكسور $\frac{4}{9}$ ، $\frac{5}{8}$ ، $\frac{9}{22}$ بالعدد $\frac{1}{2}$. (لاحظ البسط يساوي تقريباً نصف المقام).

تقدّر كلّ من الكسور $\frac{1}{600}$ ، $\frac{3}{2000}$ ، $\frac{2}{1500}$ صفر بالعدد. (لاحظ البسط أصغر بكثير من المقام).

تعلّم

- يقدّر الكسر بالعدد (1) عندما يكون بسط الكسر قريباً من مقامه.
- يقدّر الكسر بالعدد ($\frac{1}{2}$) عندما يكون بسط الكسر قريباً من نصف مقامه.
- يقدّر الكسر بالعدد (صفر) عندما يكون بسط الكسر صغيراً بالمقارنة مع مقامه.

تدريب

قدّر كلاً من الكسور والأعداد الكسريّة الآتية:

1. $\frac{5}{7} \approx$ .....
2. $\frac{25}{1000} \approx$ .....
3. $\frac{500}{1200} \approx$ .....
4. $\frac{8}{18} \approx$ .....
5. $5\frac{12}{13} \approx 5+1 \approx 6 \approx$ .....
6. $4\frac{7}{16} \approx$ .....
7. $8\frac{1}{432} \approx$ .....

تطبيق

1. $\frac{13}{15} \approx$ .....
2. $\frac{2}{17} \approx$ .....
3. $\frac{19}{42} \approx$ .....
4. $5\frac{1}{12} \approx$ .....
5. $3\frac{3}{5} \approx$ .....
6. $6\frac{9}{10} \approx$ .....

الدرس الثالث

الأعداد النسبيّة ومقارنتها

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. الأعداد النسبيّة.
2. تبسيط الأعداد النسبيّة.
3. تمثيل الأعداد النسبيّة.
4. القيمة المطلقة للعدد النسبيّ.
5. خواص القيمة المطلقة.

أولاً: الأعداد النسبيّة

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- العدد π عدد غير نسبيّ (حقيقي).
- إذا كان $\frac{a}{b} = 0$ فإنّ $a = 0$ بشرط $b \neq 0$.
- نرمز لمجموعة الأعداد الطبيعيّة ب $\mathbb{N}$ وهي $(\ldots\ \ldots\ \ldots, 5, 4, 3, 2, 1, 0)$.
- نرمز لمجموعة الأعداد الصحيحة ب $\mathbb{Z}$ وهي $(\ldots\ \ldots\ +2, +1, 0, -1, -2, \ldots)$.

نشاط

تأمّل الجدول الآتي الذي يبين الدّخل والإنفاق لأسرتين في أحد شهور السنة:

الأسرة	A	B
الدّخل	21 ألف ليرة	23 ألف ليرة
الإنفاق	18.3 ألف ليرة	24.5 ألف ليرة

إنّ مقدار توفير الأسرة A هو 21 – 18.3 = 2.7 ألف ليرة سورية أي $\frac{27}{10}$ ألف ليرة سوري

نعبّر عن العدد الدالّ على التوفير بالعدد $+\frac{27}{10}$

إنّ مقدار عجز الأسرة **B** هو 1.5 = 23 - 24.5ألف أي $\frac{3}{2} = \frac{15}{10}$ ألف

نعّبر عن العدد الدالّ على العجز بالعدد $-\frac{3}{2}$

نسمّي كلاً من $+\frac{27}{10}$ ، $-\frac{3}{2}$ عدداً نسبيّاً

تعلّم

- العدد النسبيّ هو كلّ عدد يمكن أن يكتب بالشكل $\frac{a}{b}$ حيث a ، b عددان صحيحان و $b \neq 0$.
- نرمّز لمجموعة الأعداد النسبيّة بالرّمز $\mathbb{Q}$.
- كلّ عدد صحيح هو عدد نسبيّ $(a \neq 0 : \frac{0}{a} = 0 , \frac{-5}{1} = -5 , \frac{+3}{1} = +3)$
- يعبّر عن العدد النسبيّ $-\frac{a}{b}$ بأحد الشكلين $\frac{a}{-b}$ ، $\frac{-a}{b}$.

تدريب

صنّف في الجدول كلاً من الأعداد التالية:

$\frac{37}{100}$ ، 0 ، −56345 ، 2345

عدد نسبيّ	عدد صحيح	عدد طبيعيّ

تمرين

ضع إشارة (X) في الحقل المناسب:

العدد	المجموعة		
	$\mathbb{N}$	$\mathbb{Z}$	$\mathbb{Q}$
$\frac{3}{4}$			
$-\frac{9}{3}$			
π			
$\frac{21}{35}$			
$-\frac{3}{9}$			

تدريب

فكّر بتمعّن ثمّ أجب:

- **هل العدد الطبيعي هو عدد نسبيّ ؟**

نعم العدد الطبيعي هو عدد نسبيّ.

- **هل العدد النسبيّ هو عدد صحيح ؟**

لا ولكن العدد الصحيح هو عدد نسبيّ.

ثانياً: تبسيط الأعداد النسبيّة

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- لتبسيط كسر نقسّم كلاً من البسط والمقام على العدد نفسه إذا كان البسط والمقام يقبلان القسمة على هذا العدد.
- إذا لم تجد عدداً طبيعياً يقسم كلاً من البسط والمقام، فإنّ الكسر يصبح في أبسط صورة.

نشاط

1. ما أبسط صورة للعدد النسبيّ $\frac{12}{18}$ ؟ أبسط صورة له هي $\frac{2}{3}$.

2. ما أبسط صورة للعدد النسبيّ $\frac{-16}{21}$ ؟ أبسط صورة هي صورة الكسر نفسه لأنّه عدد نسبيّ بأبسط صورة.

تعلّم

يكون العدد النسبيّ $\frac{a}{b}$ في أبسط صورة إذا تحقّق الشرطان:

1. $b > 0$

2. $|a|$ و $|b|$ أوليّان فيما بينهما.

تدريب

اكتب كلاً من الأعداد النسبيّة الآتية في أبسط صورة:

1. $\frac{25}{-35} = \frac{-5}{7}$
2. $-\frac{3}{4} = \frac{-3}{4}$
3. $\frac{36}{48} = \frac{.....}{.....}$
4. $\frac{-56}{63} = \frac{.....}{.....}$

تمرين:

1. $\frac{-20}{60} = \frac{.....}{.....}$
2. $-\frac{15}{35} = \frac{.....}{.....}$
3. $\frac{5}{-8} = \frac{.....}{.....}$
4. $-\frac{5}{8} = \frac{.....}{.....}$

ثالثاً: تمثيل ومقارنة الأعداد النسبيّة

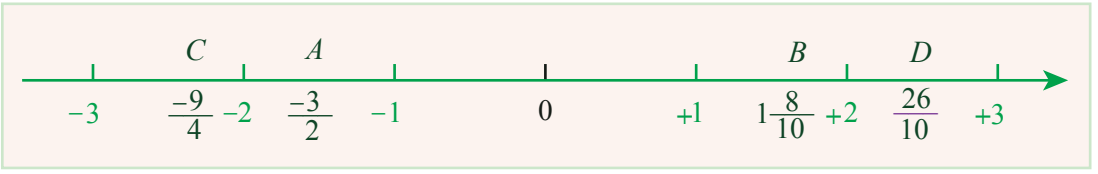
تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- لمقارنة وترتيب الكسور يجب أولاً توحيد المقامات ثمّ المقارنة بين البسوط.
- للمقارنة بين كسرين نستطيع أن نوحّد البسوط ثمّ نقارن بين المقامات ولكن الكسر الأكبر هو صاحب المقام الأصغر.
- عند الموازنة بين عددين سالبين العدد السالب الأقرب إلى المبدأ هو الأكبر.

تمهيد:

سبق لنا أن مثّلنا الأعداد الصحيحة على مستقيم الأعداد، ولتمثيل الأعداد النسبيّة على هذا المستقيم نمثّل الأعداد النسبيّة الموجبة على يمين مبدأ المستقيم ونمثّل الأعداد النسبيّة السالبة على يسار مبدأ المستقيم.



النقطة A تمثّل العدد النسبيّ $1\frac{8}{10}$ والنقطة B تمثّل العدد النسبيّ $\frac{-3}{2}$.

لاحظ النقطة A تقع على يمين النقطة C فالعدد الممثّل للنقطة A أكبر من العدد الممثّل للنقطة C أيّ: $\frac{-3}{2} > \frac{-9}{4}$.

نشاط تعليمي

1 **لاحظ مستقيم الأعداد السابق ووازن بين الأعداد التالية:**

$\frac{-7}{10} \ldots\ldots \frac{-3}{10}$ $\qquad$ $-2\frac{1}{4} \ldots\ldots > \ldots\ldots -3$

$\frac{1}{2} \ldots\ldots > \ldots\ldots \frac{-3}{2}$ $\qquad$ $\frac{1}{2} \ldots\ldots \frac{7}{10}$

2 **مثّل الأعداد النسبيّة التالية على مستقيم الأعداد:** $2\frac{1}{3}$ ، $\frac{3}{4}$ ، $+3$ ، $\frac{-5}{8}$ ، $-3\frac{1}{2}$.

تدريب

رتّب الأعداد السابقة تصاعديّاً.

تعلّم

تقارن الأعداد النسبيّة كما تقارن الأعداد الصحيحة والكسور.

تدريب

رتّب الأعداد التالية تنازليّاً:

$\frac{-5}{3}$ $\quad 3\frac{1}{4}$ $\quad 1\frac{7}{9}$ $\quad -6\frac{4}{2}$ $\quad \frac{-1}{-2}$

الترتيب: .....

تدريب

وازن بين الأعداد التالية:

1. $\frac{-9}{-9}$.....1
2. $\frac{-3}{4}$.....0
3. $9\frac{1}{9}$.....$1\frac{162}{2}$
4. $-\frac{1}{2}$.....$\frac{-5}{4}$

تدريب

اكتب عددين نسبيين بين العددين $\frac{2}{3}$ ، $\frac{1}{6}$:

الحلّ:

نضرب الكسر $\frac{2}{3}$ بالعدد 2 كي يصبح للكسرين مقام مشترك.

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ ، $\frac{1}{6}=\frac{1}{6}$ فتكون الإجابات الممكنة: $\frac{2}{6}$ ، $\frac{3}{6}$

تطبيق

اكتب عددين نسبيين بين العددين $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ ، **وعددين نسبيين بين العددين** $\frac{-1}{2}$, $\frac{-3}{5}$.

تمرين

رتّب الأعداد النسبيّة الآتية ترتيباً تصاعديّاً: $\frac{6}{5}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{-5}{3}$, $\frac{-3}{5}$

تمرين

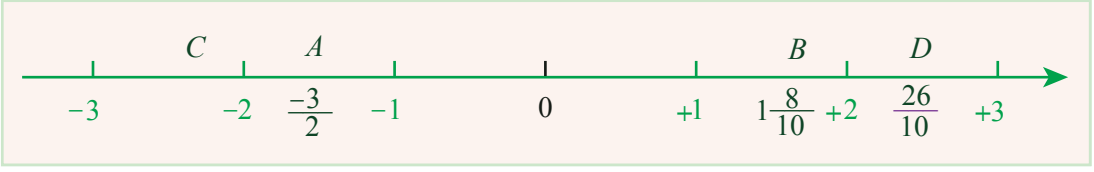
وازن بين الأعداد النسبيّة التالية:

1. $\frac{11}{5} \ldots\ldots \frac{3}{5}$
2. $\frac{-3}{4} \ldots\ldots \frac{1}{4}$
3. $\frac{-7}{4} \ldots\ldots -1\frac{3}{4}$
4. $\frac{24}{7} \ldots\ldots 3\frac{3}{7}$

رابعاً: القيمة المطلقة للعدد النسبيّ

نشاط

لاحظ مستقيم الأعداد:



بعد النقطة **A** الممثّلة للعدد $\frac{-3}{2}$ عن 0 هو ... $\frac{3}{2}$ ..... نعبّر عن ذلك $\left|\frac{-3}{2}\right| = \frac{3}{2}$.

بعد النقطة **B** الممثّلة للعدد $\frac{18}{10}$ عن 0 هو ... . نعبّر عن ذلك $\left|\frac{18}{10}\right| = \frac{18}{10}$.

بعد النقطة **C** عن 0 هو ..... نعبّر عن ذلك.

بعد النقطة **D** عن 0 هو ..... نعبّر عن ذلك.

تعلّم

القيمة المطلقة لأيّ عدد نسبيّ هو بعد نقطة تمثيله عن 0.

- إذا كان x عدداً نسبيّاً فإنّ:

$|x| = x \quad : \quad x \geq 0$

$|x| = -x \quad : \quad x \leq 0$

- نقرأ القيمة المطلقة للعدد x.

تدريب

أكمل حل التمرين:

1. $|0| = 0$
2. $|-77| = \ldots$
3. $|25| = \ldots$
4. $\left|-5\frac{3}{2}\right| = 5\frac{3}{2}$
5. $\left|\frac{-6}{7}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

تدريب

قارن بين كلّ عددين فيما يأتي:

1. $\left|\frac{24}{7}\right| < \left|\frac{-30}{7}\right|$
2. $\left|\frac{4}{6}\right| \ldots\ldots \left|\frac{-2}{3}\right|$
3. $\left|7\frac{2}{5}\right| < \left|9\frac{-6}{3}\right|$
4. $\left|2\frac{-9}{5}\right| \ldots\ldots \left|6\frac{-2}{25}\right|$

تطبيق

أوجد القيمة المطلقة لكلّ من الأعداد التالية:

1. $|-5| = \ldots$
2. $\left|-4\frac{2}{5}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
3. $\left|7\frac{1}{2}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
4. $\left|\frac{2}{5}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
5. $\left|\frac{-9}{4}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

تمرين

قارن بين كلّ عددين فيما يأتي:

1. $\left|\frac{-5}{4}\right| \ldots\ldots \left|\frac{-4}{5}\right|$
2. $\left|2\frac{1}{4}\right| \ldots\ldots \left|-3\frac{1}{2}\right|$

خامساً: خواص القيمة المطلقة للعدد النسبيّ

نشاط

1. **أكمل الموازنة بين الأعداد التالية: ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$\left|\frac{-2}{5}\right| \ldots\ldots > \ldots\ldots 0$ $\quad \left|7\frac{5}{7}\right| \ldots\ldots 0$ $\quad \left|-2\frac{3}{4}\right| \ldots\ldots 0$ $\quad |-4| \ldots\ldots > \ldots\ldots 0$

ملاحظة

إنّ القيمة المطلقة لأيّ عدد نسبيّ (موجبٌ أم سالبٌ) أكبر من الصفر.

2. **أكمل الفراغات التالية بما يناسبها: ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$\left|2\frac{5}{3}\right| = 2\frac{5}{3}$ $\quad \left|-2\frac{5}{3}\right| = 2\frac{5}{3}$ $\quad \left|\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$ $\quad \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

ملاحظة

إنّ القيمة المطلقة للعدد النسبيّ الموجب هي القيمة المطلقة نفسها للمعكوس الجمعي للعدد النسبيّ ذاته.

3. **لاحظ الآتي ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$\frac{|-3|}{|4|} = \frac{3}{4}$ $\quad \left|\frac{-3}{5}\right| = \frac{3}{5}$

ملاحظة

إنّ القيمة المطلقة لكسر تساوي القيمة المطلقة للبسط على القيمة المطلقة للمقام.

4 **لاحظ الآتي ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$$\left|\frac{3}{2}\right| \times \left|\frac{-6}{7}\right| = \frac{18}{14} \qquad \left|\frac{3}{2} \times \frac{-6}{7}\right| = \frac{18}{14}$$

ملاحظة

القيمة المطلقة لناتج ضرب عددين نسبيين تساوي القيمة المطلقة للعدد النسبيّ الأوّل × القيمة المطلقة للعدد النسبيّ الثاني.

تعلّم

- إذا كان x عدداً نسبيّاً فإنّ: $|x| \geq 0$
- إذا كان x عدداً نسبيّاً فإنّ: $|x| = |-x|$
- إذا كان x , y عددين نسبيين حيث y مغاير للصفر فإنَّ: $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$
- إذا كان x , y عددين نسبيين فإنَّ: $|x.y| = |x|.|y|$

تدريب

أكمل كلاً ممّا يأتي:

1. $\left|\frac{5}{-7}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
2. $\left|\left(\frac{5}{-7}\right) \times \frac{1}{3}\right| = \frac{\ldots\ldots}{21}$
3. $\frac{\left|\frac{5}{-2}\right|}{\left|\frac{+1}{2}\right|} = \left|\frac{5}{-2}\right| . \left|\frac{+4}{1}\right| = \ldots\ldots$

تطبيق

1. $\left|\frac{-3}{2}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
2. $\left|\left(\frac{-3}{2}\right) \times \frac{1}{2}\right| = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
3. $\frac{\left|\frac{-3}{2}\right|}{\left|\frac{+1}{2}\right|} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

الدرس الرابع

العمليّات على الأعداد النسبيّة

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. جمع الأعداد النسبيّة.
2. خواص عمليّة الجمع.
3. عمليّة الطرح وخواصها.
4. ضرب الأعداد النسيبّة.
5. خواص عمليّة الضرب.
6. قسمة الأعداد النسبيّة وخواصها.

أولاً: جمع الأعداد النسبيّة

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- كتابة العمليّة بأبسط صورة.
- لجمع الكسور ذات المقامات المختلفة نحتاج إلى تحويل كلّ منها إلى كسر آخر مكافئ له بحيث يكون له المقام نفسه.
- لجمع عددين كسريين نجمع الأعداد الطبيعية مع بعضها البعض ثمّ نجمع الكسرين ثمّ نضع الجزأين معاً.

نشاط

1. **تعلّمنا كيف نجمع الكسرين** $\frac{2}{3}$ ، $\frac{5}{7}$ **وهما عددان نسبيان فوجدنا:**

$$\frac{5}{7}+\frac{2}{3}=\frac{5}{.....}+\frac{.....}{21}=\frac{.....}{21}$$

ونمدّد عمليّة الجمع هذه إلى الأعداد النسبيّة السالبة والموجبة.

2 **أوجد ناتج كلّ من العمليّات التالية:**

$\frac{3}{-5}+\frac{-3}{10}=\frac{6}{.....}+\frac{.....}{10}=\frac{-3+.....}{10}$

$\frac{-3}{4}+\frac{-2}{5}=\frac{-15}{.....}+\frac{.....}{20}=\frac{-23}{20}$

$\frac{-3}{4}+\frac{4}{7}=\frac{.....}{.....}+\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$

$\frac{6}{11}+\frac{3}{11}=\frac{.....+.....}{11}=\frac{.....}{.....}$

تعلّم

لجمع عددين نسبيين $\frac{a}{b}$ وَ $\frac{c}{b}$ حيث **a ,b ,c** أعداد صحيحة نكتب: $\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}$

تدريب

أوجد ناتج كلّ ممّا يلي:

1 $\frac{2}{5}+\frac{1}{10}=\frac{.....}{.....}+\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$

2 $3\frac{5}{8}+1\frac{3}{4}=...\frac{.....}{.....}+...\frac{.....}{.....}=...\frac{.....}{.....}$

3 $\frac{-5}{6}+\frac{2}{12}=\frac{.....}{.....}+\frac{.....}{.....}=\frac{.....}{.....}$

4 $\frac{-8}{3}+\frac{2}{3}=\frac{.....}{.....}$

ثانياً: خواص عمليّة الجمع

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- تعلّمنا في الأعداد الصحيحة $\mathbb{Z}$ أنّ: $a-b=a+(-b)$.
- ونمدّد هذا على الأعداد النسبيّة أيّ: لطرح عدد من آخر نضيف النظير الجمعيّ إلى المطروح منه.

نشاط

1 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}+\left(\frac{-2}{8}+\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{.....}+\left(\frac{.....}{8}+\frac{4}{.....}\right)=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

$\left(\frac{-2}{8}+\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{2}=\left(\frac{-2}{.....}+\frac{.....}{8}\right)+\frac{4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

ملاحظة

إنّ عمليّة الجمع هي عمليّة تبديليّة

2 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}+\left(\frac{-2}{8}+\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{.....}+\left(\frac{.....}{8}+\frac{4}{.....}\right)=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

$\left(\frac{-2}{8}+\frac{5}{4}\right)+\frac{1}{2}=\left(\frac{-2}{.....}+\frac{.....}{8}\right)+\frac{4}{8}=\frac{12}{8}=\frac{3}{2}$

ملاحظة

إنّ عمليّة الجمع هي عمليّة تجميعيّة.

3 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}+0=\frac{5}{4}$

$0+\frac{5}{4}=\frac{5}{4}$

ملاحظة

إنّ الصفر عنصر حياديّ في عمليّة الجمع.

4 أوجد النظير الجمعيّ لكلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}=-\frac{5}{4}$

$-\left(\frac{5}{4}\right)=-\frac{5}{4}$

$-\frac{5}{4}=\frac{5}{4}$

$-\left(-\frac{5}{4}\right)=\frac{5}{4}$

ملاحظة

إنّ العدد $-x$ هو النظير الجمعيّ للعدد x أيّاً كان x من $\mathbb{Q}$.

5 **أوجد النظير الجمعيّ لكلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$-\frac{4}{5}+\frac{4}{5}=0$ $\qquad$ $-\frac{5}{4}+\frac{5}{4}=0$

ملاحظة

إنّ ناتج جمع عدد ونظيره الجمعيّ هو الصفر.

تعلّم

- أيّاً كان x , y من $\mathbb{Q}$ فإنّ: $(x+y)=(y+x)$ ، الخاصة التبديلية للجمع.
- أيّاً كانت x , y , z من $\mathbb{Q}$ فإنّ:

  $(x+y)+z=x+(y+z)=x+y+z$ "الخاصّة التجميعيّة للجمع".
- أيّاً كان x من $\mathbb{Q}$ فإنّ:

  $x+0=0+x=x$ "الصفر عنصر حياديّ في عمليّة الجمع".
- أنّ العدد $-x$ هو النظير الجمعيّ للعدد x أيّاً كان x من $\mathbb{Q}$.
- ناتج جمع x ونظيره الجمعيّ هو الصفر.

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $\frac{7}{2}+\frac{5}{3}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
2. $\frac{5}{3}+0=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
3. $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}+\frac{7}{6}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
4. $-\frac{8}{5}+\frac{8}{5}=\ldots\ldots$

ثالثاً: طرح الأعداد النسبيّة وخواصها

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- كتابة العمليّة بأبسط صورة.
- لطرح الكسور ذات المقامات المختلفة نحتاج إلى تحويل كلّ منها إلى كسر آخر مكافئ له بحيث يكون له المقام نفسه.
- لطرح عددين كسريين نطرح الأعداد الطبيعية مع بعضها البعض ثمّ نطرح الكسرين ثمّ نضع الجزأين معاً.

نشاط

1 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$$\frac{5}{4}-\frac{12}{8}=\frac{10}{.....}-\frac{.....}{8}=\frac{-2}{8}=\frac{-1}{4}$$

$$\frac{12}{8}-\frac{5}{4}=\frac{12}{.....}-\frac{.....}{8}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

ملاحظة

إنّ عمليّة الطرح ليست عمليّة تبديليّة.

2 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$$\frac{5}{4}-\left(\frac{-2}{8}-\frac{1}{2}\right)=\frac{10}{.....}-\left(\frac{.....}{8}-\frac{4}{.....}\right)=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

$$\left(\frac{-2}{8}-\frac{5}{4}\right)-\frac{1}{2}=\left(\frac{-2}{.....}-\frac{.....}{8}\right)-\frac{4}{8}=\frac{-16}{8}=\frac{-2}{1}$$

ملاحظة

إنّ عمليّة الطرح ليست عمليّة تجميعيّة.

3 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$$\frac{5}{4}-0=\frac{5}{4}$$

$$0-\frac{5}{4}=-\frac{5}{4}$$

ملاحظة

إنّ الصفر ليس عنصراً حياديّاً بالنسبة إلى عمليّة الطرح.

تعلّم

- عمليّة الطرح ليست تبديليّة.
- الصفر ليس عنصراً حياديّاً بالنسبة إلى عمليّة الطرح.
- عمليّة الطرح ليست تجميعيّة.
- إذا كانت a , b , c أعداداً نسبية فإنَّ:

$$a-(b+c)=a-b-c \quad , -(a-b)=-a+b \quad , -(a+b)=-a-b$$

- للمقارنة بين العددين النسبيين a , b نوجد $a-b$

إذا كان $a-b>0$ فإنّ: $a>b$

إذا كان $a-b<0$ فإنّ: $a<b$

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $-\left(\frac{7}{2}+\frac{5}{3}\right)=-\frac{\dots\dots}{\dots\dots}-\frac{\dots\dots}{\dots\dots}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
2. $\frac{5}{3}-0=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
3. $\frac{22}{3}-\frac{5}{4}-\frac{7}{6}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}-\frac{\dots\dots}{\dots\dots}-\frac{\dots\dots}{\dots\dots}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$
4. $-\frac{8}{5}-\frac{8}{5}=\frac{\dots\dots}{\dots\dots}$

تدريب

a , b عددان نسبيان ، قارن بين العددين x , y علماً أنّ:

1. $y=a-\left(\frac{5}{6}+b\right)$
2. $x=\frac{6}{5}+a-b$

الحلّ

$$x-y=\frac{6}{5}+a-b-\left(a-\left(\frac{5}{6}+b\right)\right)=\frac{6}{5}+a-b-a+\frac{5}{6}+b=\frac{36}{30}+\frac{25}{30}=\frac{61}{30}$$

$x>y$

تطبيق

a , b عددان نسبيان ، قارن بين العددين x , y علماً أنّ:

$$x=\frac{2}{3}+a-b \qquad y=a-\left(\frac{4}{5}+b\right)$$

$$x-y=\frac{2}{3}+a-b-\left(a-\left(\frac{4}{5}+b\right)\right)=\frac{2}{3}+a-b-a+\frac{4}{5}+b=\frac{10}{15}+\frac{12}{15}=\frac{22}{15}$$

$x>y$

رابعاً: ضرب الأعداد النسبيّة

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- لكي تضـرب كسـراً أو عدداً كسرياً في عدد طبيعي اكتب العاملين في صورة كسرين ثمّ اكتب ناتج ضرب البسطين فوق ناتج ضرب المقامين ثمّ بسط الناتج.
- في ضرب الكسور نكتب كلاً من العاملين في صورة كسر ثمّ نكتب ناتج ضرب البسوط فوق ناتج ضرب المقامات.

نشاط

أكمل ما يأتي:

1. $\frac{3}{4}\times\frac{5}{7}=\frac{.....\times5}{4\times.....}=\frac{.....}{28}$
2. $\frac{-5}{6}\times\frac{-9}{10}=\frac{.....\times-9}{6\times10}=\frac{.....}{60}=\frac{.....}{.....}$
3. $\frac{3}{4}\times\frac{-5}{7}=\frac{.....\times-5}{4\times.....}=\frac{-15}{.....}$
4. $\frac{2}{-3}\times\frac{9}{-4}=\frac{.....\times.....}{.....\times.....}=\frac{.....}{.....}$

تعلّم

ضرب عددين $\frac{a}{b}$ ، $\frac{c}{d}$ نسبيين حيث a ، b ، c ، d أعداد صحيحة غير معدومة يكون على الشكل الآتي:

$$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}.$$

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $\frac{1}{-2}\times\frac{-6}{5}=\frac{.....\times.....}{.....\times.....}=\frac{.....}{.....}$
2. $\frac{7}{-3}\times\frac{9}{-7}=\frac{.....\times.....}{.....\times.....}=\frac{.....}{.....}$
3. $\frac{2}{10}\times\frac{5}{4}=\frac{.....\times.....}{.....\times.....}=\frac{.....}{.....}$
4. $\frac{-7}{-5}\times\frac{-5}{-7}=\frac{.....\times.....}{.....\times.....}=\frac{.....}{.....}$

خامساً: خواص عمليّة ضرب الأعداد النسبيّة

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- مقلوب العدد هو النظير الضربي لهذا العدد.
- معاكس العدد هو النظير الجمعيّ له.

نشاط تدريبي

1. **أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:**

$\frac{5}{4}\times\frac{-2}{8}=\frac{-5}{16}$

$\frac{-2}{8}\times\frac{5}{4}=\frac{-5}{16}$

ملاحظة

إنّ عمليّة الضرب هي عمليّة تبديليّة

2 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}\times\left(\frac{-2}{8}\times\frac{1}{2}\right)=\frac{-5}{32}$

$\left(\frac{-2}{8}\times\frac{5}{4}\right)\times\frac{1}{2}=\frac{-5}{32}$

ملاحظة

إنّ عمليّة الضرب هي عمليّة تجميعيّة.

3 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}\times 0=0$

$0\times\frac{5}{4}=0$

ملاحظة

إنّ الصفر عنصر ماص في عمليّة الضرب.

4 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$\frac{5}{4}\times 1=\frac{5}{4}$

$\frac{5}{4}\times 1=\frac{5}{4}$

ملاحظة

إنّ العدد واحد هو عنصر حياديّ بالنسبة إلى عمليّة الضرب.

5 أوجد ناتج كلّ ممّا يلي ثمّ سجّل ملاحظاتك:

$$2\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{10}\right)=2\times\frac{5}{6}+2\times\frac{2}{10}=\frac{25}{15}+\frac{6}{15}=\frac{31}{15}$$

$$2\left(\frac{5}{6}+\frac{2}{10}\right)=2\times\frac{5}{6}+2\times\frac{2}{10}=\frac{25}{15}+\frac{6}{15}=\frac{31}{15}$$

ملاحظة

الضرب يقبل التوزيع على الجمع و الطرح.

تعلّم

1. أيّاً كان x , y من $\mathbb{Q}$ فإنّ: $x \cdot y = y \cdot x$ الخاصة التبديليّة للضرب.
2. أيّاً كان x من $\mathbb{Q}$ فإنّ: $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$ نسمي العدد واحد عنصر حياديّ بالنسبة إلى عمليّة الضرب.
3. أيّاً كان x , y , z من $\mathbb{Q}$ فإنّ: $(x \cdot y)z = x(y \cdot z) = x \cdot y \cdot z$ الخاصّة التجميعيّة للضرب.
4. أيّاً كان x من $\mathbb{Q}$ فإنّ: $x \cdot 0 = 0 \cdot x = 0$ الصفر عنصر ماص بالنسبة لعمليّة الضرب.
5. الضرب يقبل التوزيع على الجمع والطرح من اليمين واليسار أي:

إذا كان a , b , c ثلاثة أعداد نسبية فإنّ:

$$a(b \mp c) = ab \mp ac \quad , \quad (b \mp c)a = ba \mp ca$$

6. إذا كان $a \cdot b \cdot c = 0$ فإنّ $a = 0$ أو $b = 0$ أو $c = 0$

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $\left(\frac{1}{-2}\times\frac{-6}{5}\right)\times\frac{10}{3}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
2. $\frac{7}{3}\times 0=\ldots\ldots$
3. $\frac{2}{10}\times 1=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
4. $3\left(\frac{7}{6}+\frac{2}{10}\right)=\ldots\times\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\ldots\times\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}+\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}=\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

نشاط

أوجد ناتج ما يلي:

$$\frac{7}{4}\times\frac{4}{7}=1$$

نسمّي العدد النسبي $\frac{4}{7}$ مقلوب العدد النسبي $\frac{7}{4}$.

تعلّم

النظير الضربيّ للعدد النسبيّ a المغاير للصفر هو $\frac{1}{a}$ لأنَّ: $a\times\frac{1}{a}=1$

تدريب

أوجد النظير الضربي لكلّ ممّا يأتي:

1. $\frac{1}{2}=2$
2. $\frac{5}{9}=\frac{.....}{.....}$
3. $\frac{7}{3}=\frac{.....}{.....}$
4. $2\frac{1}{2}=\frac{2}{5}$
5. $3\frac{5}{3}=\frac{.....}{.....}$
6. $5\frac{7}{4}=\frac{.....}{.....}$

تدريب

بين أنَّ مقلوب $\frac{1}{2}$ هو: $\frac{2}{5}$:

$$\frac{2}{5}\times2\frac{1}{2}=\frac{2}{5}\times\frac{5}{2}=1$$

تدريب

بين أنَّ مقلوب $3\frac{2}{5}$ **هو** $\frac{5}{17}$:

$$\frac{5}{17}\times 3\frac{2}{5}=\frac{.....}{.....}\times\frac{.....}{.....}=....$$

تدريب

حلّ في المعادلة الآتية:

$$(3x+5)(2x-3)(x+1)=0$$

إمّا $3x+5=0$ منه $3x=-5$ إذن $x=\frac{-5}{3}$

أو $2x-3=0$ منه $2x=3$ إذن $x=\frac{3}{2}$

أو $x+1=0$ منه $x=-1$ إذن $x=-1$

إذن حلول المعادلة هي: -1، $\frac{3}{2}$ ، $\frac{-5}{3}$ وهي جزء من $\mathbb{Q}$.

تدريب

حلّ في المعادلة الآتية:

$$(4x+4)(2x-6)(7x+2)=0$$

تمرين

1. $\frac{-6}{7}x-\left(\frac{-4}{3}x\right)=.....$
2. $\frac{5}{2}x+\frac{7}{4}x=.....$

تدريب

أكمل الجدول الآتي بما يناسبها:

	$\frac{5}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{254}{13}$	$4\frac{1}{3}$	$2\frac{3}{7}$
النظير الجمعيّ	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
النظير الضربيّ	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$	$\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

سادساً: قسمة الأعداد النسبيّة و خواصها

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

خواص المساواة في الأعداد الصحيحة تبقى صحيحة في الأعداد النسبيّة.

نشاط

أوجد ناتج ما يلي:

1. $\frac{-5}{7} \div \frac{-2}{3} = \frac{-5}{7} \times \frac{3}{2} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

2. $\frac{-8}{9} \div \frac{4}{15} = \frac{-8}{9} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$

تعلّم

- لقسمة عدد نسبيّ x على عدد نسبيّ $y \neq 0$ نضرب x بالنظير الضربيّ للعدد y أي: $x \div y = x \times \frac{1}{y} = \frac{x}{y}$
- عمليّة القسـمة ليست تبديليّة وليست تجميعيّة بالحالة العامّة، ولا يوجد عنصر حيادي ولا يمكن القسمة على صفر.

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $\frac{-8}{9} \div \frac{-4}{3} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
2. $\frac{-5}{-7} \div \frac{14}{15} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
3. $\frac{-1}{2} \div \frac{4}{-8} = \frac{-8}{9} \times \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots \times \ldots\ldots}{\ldots\ldots \times \ldots\ldots} = \frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}$
4. $\frac{-8}{9} \div 0 = \ldots\ldots\ldots$

نشاط

حلّ المعادلات الآتية في $\mathbb{Q}$:

1. $\frac{2}{3}x = \frac{-4}{5}$

$x = \frac{-4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{-4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{-12}{10} = \frac{-6}{5} \in \mathbb{Q}$

2. $x + \frac{2}{3} = \frac{1}{2}\text{x} - 2$

$x - \frac{1}{2}x = -\frac{2}{3} - 2$

$\left(1 - \frac{1}{2}\right)x = -\frac{2}{3} - 2$

$\frac{1}{2}x = -\frac{2}{3} - \frac{6}{3}$

$\frac{1}{2}\text{x} = -\frac{8}{3}$

$\text{x} = \frac{-8}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{-16}{3}$

تدريب

حلّ المعادلات الآتية في $\mathbb{Q}$:

1. $\frac{5}{6}x = \frac{10}{-3}$
2. $6 + x + \frac{4}{3} = \frac{1}{6}x$
3. $6 + x - \frac{1}{5} = 3(x + 2)$

الآن حلّ المعادلة التالية:

$2 - x + \frac{1}{3} = 2(x + 5)$

الآن أملأ الفراغات في الجداول الآتية:

$\times$	0	1	$\frac{3}{4}$	$\frac{-5}{6}$
$\frac{4}{3}$				
$\frac{-5}{3}$				

-	0	$-3\frac{1}{2}$	$4\frac{2}{5}$	-2
$\frac{11}{5}$				
$-4\frac{3}{5}$				

$\div$	0	1	$\frac{-2}{3}$	$\frac{5}{4}$
$\frac{8}{7}$				
$-3\frac{1}{2}$				

الدرس الخامس

قوى العدد

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. قوى العدد.
2. خواص قوى العدد.

أولاً: قوى العدد

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- عندما نضرب أعداداً في بعضها فإنّ كلّ عدد يسمّى عاملاً للناتج.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$
عوامل

- يمكنك تمثيل الضرب المتكرر للعدد نفسه باستخدام الرّموز الأسّية.
- الأساس هو العدد المضروب والأس هو عدد تكرارات الأساس كعامل.

$$x.x.x.x.x.x \ldots \ldots \ldots = x^{n}$$

العدد المتكرّر " الأساس" (x) ، عدد مرّات التكرار "الأس" (n)

نشاط

كتبنا 5×5 بالشكل 5^2 تقرأ 5 أس 2 ندعو 5^2 قوّة. " 5 الأساس ،2 الأس".

نكتب: $(-4)^4 = (-4)(-4)(-4)(-4)$

نكتب: $\left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^{\ldots\ldots} = \frac{-5}{4} \times \frac{-5}{4} \times \frac{-5}{4}$

تعلّم

- جداء العدد النسبيّ x المختلف عن الصفر بنفسه n مرّة يكتب على الشكل x^n نسمّي x^n قوّة للعدد x حيث " x الأساس ، n الأس ".
- إذا كان $x = 0$, $n \neq 0$ فإنّ: $x^n = 0$.
- $x^0 = 1$ عندما $x \neq 0$.

إنّ $(2.5)^{-3}$ تعني $\frac{1}{2.5^{+3}}$ و نكتب $(2.5)^{-3} = \frac{1}{2.5^{+3}}$.

إنّ $(-5)^{-2} =$ ..... ، $3^{-4} =$ .....

تعلّم

$x^{-n} = \frac{1}{x^n}$ حيث $x \neq 0$ و $n \in \mathbb{N}$

تدريب

اكتب في صيغة قوّة كلاً من الأعداد الآتية:

1. $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 =$ .....
2. $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} =$ .....

تدريب

أوجد ناتج ما يلي:

1. $6^1 =$ .....
2. $\left(\frac{2}{5}\right)^0 =$ .....
3. $3^3 =$ .....

ثانياً: خواص قوى العدد

تذكّر

تعلّمت سابقاً أنّ:

- تقرأ مربع العدد x^2 أو x مربع.
- تقرأ مكعب العدد x^3 أو x مكعب.

نشاط

أكمل:

1. $(-3)^2\,(-3)^4 = (-3)(-3)\times(-3)(-3)(-3)(-3) = (-3)^{6}$

2. $\left(\frac{-5}{6}\right)^3\left(\frac{-5}{6}\right)^2 = \left(\frac{-5}{6}\right)\left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)\left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)\times\left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)\left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right) = \left(\frac{\ldots\ldots}{\ldots\ldots}\right)^{\ldots\ldots}$

تعلّم

إذا كان $x \neq 0$ فإن $x^n . x^m = x^{n+m}$ حيث $m \in \mathbb{Z}$ ، $n \in \mathbb{Z}$.

تدريب

اكتب ما يلي على شكل قوّة:

1. $\left(\frac{1}{3}\right)^6\left(\frac{1}{3}\right)^{-6} = \ldots\ldots$

2. $\left(\frac{4}{7}\right)^{-4}\left(\frac{4}{7}\right)^{-2} = \ldots\ldots$

نشاط

أكمل:

1. $\left((-3)\left(\frac{-5}{2}\right)\right)^3 = (-3)\left(\frac{-5}{2}\right)\times(-3)\left(\frac{-5}{2}\right)\times(-3)\left(\frac{-5}{2}\right) = (-3)^3\left(\frac{-5}{2}\right)^3$

② $\left((2)\left(\frac{-2}{5}\right)\right)^{2} = (.....)\left(\frac{.....}{.....}\right)\times(.....)\left(\frac{.....}{.....}\right) = (.....)^{....}\left(\frac{.....}{.....}\right)^{....}$

تعلّم

إذا كان $y \neq 0$ ، $x \neq 0$ ، $n \in z$ فإنّ $(x.y)^n = x^n.y^n$ حيث $x, y \in \mathbb{Q}$

تدريب

أوجد ناتج ما يلي بأبسط صورة:

① $\left((-4)\left(\frac{1}{2}\right)\right)^{-2} =$

② $\left((2)\left(\frac{1}{3}\right)\right)^{3} =$

نشاط

① $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^{2}\right)^{3} = \left(\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\right)\times\left(\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\right)\times\left(\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{3}{4}\right)\right) = \left(\frac{3}{4}\right)^{6}$

② $\left(\left(\frac{-2}{3}\right)^{2}\right)^{3} = \left(\frac{-2}{3}\right)^{2\times3} = (.....)^{....}$

تعلّم

إذا كان x عدداً نسبيّاً مغايراً للصفر فإنّ:

$(x^n)^m = x^{n.m}$ حيث $m, n \in \mathbb{Z}$

تدريب

اكتب كلاً ممّا يأتي بشكل قوّة واحدة:

① $\left(\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}\right)^{-3} = ...$

② $\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{5}\right)^{-7} = ...$

نشاط

أكمل:

1. $\left(\frac{-5}{7}\right)^2 = \left(\frac{-5}{7}\right) \times \left(\frac{-5}{7}\right) = \frac{-5 \times -5}{7 \times 7} = \frac{(-5)^2}{(7)^2}$

2. $\left(\frac{\frac{-1}{2}}{\frac{3}{4}}\right)^4 = \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} \times \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} \times \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} \times \frac{\cdots\cdots}{\cdots\cdots} = \frac{\left(\frac{-1}{2}\right)^4}{\left(\frac{3}{4}\right)^4}$

تعلّم

إذا كان x , y عددين نسبيين وكان $y \neq 0$ و n عدداً صحيحاً فإنّ.

تدريب

أوجد ناتج ما يلي بأبسط صورة:

1. $\left(\frac{-2}{5}\right)^3 =$

2. $\left(\frac{\frac{2}{5}}{\frac{1}{2}}\right)^2 =$

نشاط

أكمل:

1. $\frac{\left(\frac{-3}{4}\right)^5}{\left(\frac{-3}{4}\right)^3} = \frac{\frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4}}{\frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4} \times \frac{-3}{4}} = \left(\frac{-3}{4}\right)^2$

2. $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^3}{\left(\frac{1}{3}\right)^5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{3-5} = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$

تعلّم

- إذا كان x عدداً نسبيّاً مغايراً للصفر و m , n عددين صحيحين فإنّ: $\frac{x^n}{x^m} = x^{n-m}$.
- أيّاً كان العدد النسبي x فإنّ: $x^2 \geq 0$.
- إذا كان $x \geq 0$ فإنّ $x^3 \geq 0$ وإذا كان $x \leq 0$ فإنّ $x^3 \leq 0$.
- بشكل عام إذا كان $x < 0$ فإنّ:

$x^n < 0$ إذا كان n عدداً طبيعيّاً فرديّاً.

$x^n > 0$ إذا كان n عدداً طبيعيّاً زوجيّاً.

تدريب

اكتب كلاً ممّا يلي على شكل قوّة:

1) $\frac{\left(\frac{5}{8}\right)^3}{\left(\frac{5}{8}\right)^{-3}} =$

2) $\frac{\left(\frac{1}{3}\right)^{-7}}{\left(\frac{1}{3}\right)^{7}} =$

تدريب

اكتب ناتج كلّ ممّا يأتي بأبسط صورة:

1) $\frac{-27}{2^3} \times \frac{64 \times (-81)}{36 \times (-108)}$

2) $\frac{-27}{2^3} \times \frac{64 \times (-81)}{36 \times (-108)} = \frac{-3^3}{2^3} \times \frac{2^6 \times 3^4}{2^2 \times 3^2 \times 3^3 \times 2^2} = \frac{-2^6 \times 3^7}{2^7 \times 3^5} = \frac{-2^6}{2^7} \times \frac{3^7}{3^5} =$

3) $\frac{-1}{2} \times \frac{3^2}{1} = \frac{-9}{2}$

4) $\frac{125}{32} \times \frac{2^4 \times (-25)}{18 \times 5} =$

تدريب

اكتب كلاً ممّا يلي بصورة قوّة:

1. $81\left(\frac{1}{3}\right)^4 = \ldots\left(3\times\frac{1}{3}\right)^4 = 1\ldots$
2. $16\left(\frac{1}{4}\right)^5 =$
3. $\frac{25}{9}\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$
4. $\frac{27}{8}\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

تدريب

اكتب في صيغة القوّة كلاً من الأعداد التالية:

1. $\left(\frac{5}{6}\right)^2\times\left(\frac{36}{25}\right)^2 =$
2. $\frac{1}{\left(\frac{5}{6}\right)^3} =$
3. $\frac{3^{15}\times7^8}{\left(3^3\times7^2\right)^4} = \frac{3^{15}\times7^8}{3^{12}\times7^8} = 3^7\times7^0 = 3^7$
4. $\frac{5^{10}\times6^6}{\left(5^2\times6^2\right)^2} =$

تمرين

1. **اكتب العدد** $8\left(\frac{2}{3}\right)^3$ **بصورة قوّة:**
2. **اكتب في صيغة القوّة كلاً من الأعداد التالية:**
   1. $\left(\frac{-3}{2}\right)^5\times\left(\frac{4}{6}\right)^5 =$
   2. $\frac{1}{\left(\frac{4}{3}\right)^4} =$
   3. $\frac{2^{12}\times5^6}{\left(2^6\times5\right)^3} =$

الدرس السادس

مستوي الإحداثيّات

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- تعيين إحداثيات نقطة معلومة في مستوي الإحداثيّات وتوظيفه.

تذكّر

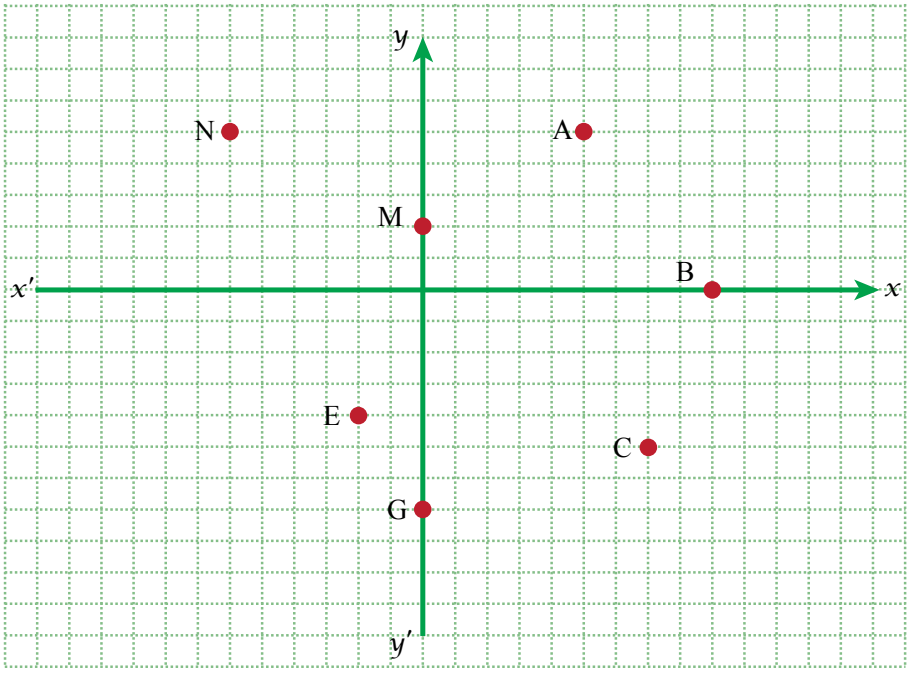
تعلّمت سابقاً أنّ:

- يمكننا استخدام مستوي الإحداثيات لتعيين نقاط على المستوي.
- المحور السيني والمحور العيني هما خطا أعداد يتقاطعان على التعامد عند نقطة الصفر لكلّ منهما والتي تسمّى مبدأ الإحداثيّات.
- يقسم المحوران المستوي إلى أربعة أرباع وهي: $(+,+)$ الرّبع الأوّل، $(+,-)$ الرّبع الثاني، $(-,-)$ الرّبع الثالث، $(-,+)$ الرّبع الرّابع.

نشاط

ارسم المستقيم xx' ووجهه نحو اليمين وحدّد عليه نقطة البدء 0 ثمّ ضع عليه واحدة لقياس الأطوال.

ارسم المستقيم yy' وجهه نحو الأعلى بحيث يعامد xx' في نقطة البدء 0 ثمّ خذ عليه واحدة القياس السابقة. عدَّ الانتقال نحو اليمين على xx' موجباً ونحو اليسار سالباً، ونحو الأعلى على yy' موجباً ونحو الأسفل سالباً.



حدّد الأزواج المرتبة الدّالة على النقاط:

A(.....,.....) , B(.....,.....) , C(.....,.....) , F(.....,.....)

K(.....,.....) , N(.....,.....) , M(.....,.....)

علّم النقاط الآتية على مستوي الإحداثيّات:

$A(\frac{-3}{4},-5)$ $B(3,\frac{-5}{2})$ $C(\frac{-1}{2},2)$ $D(\frac{3}{2},\frac{7}{3})$ $O(0,0)$

تعلّم

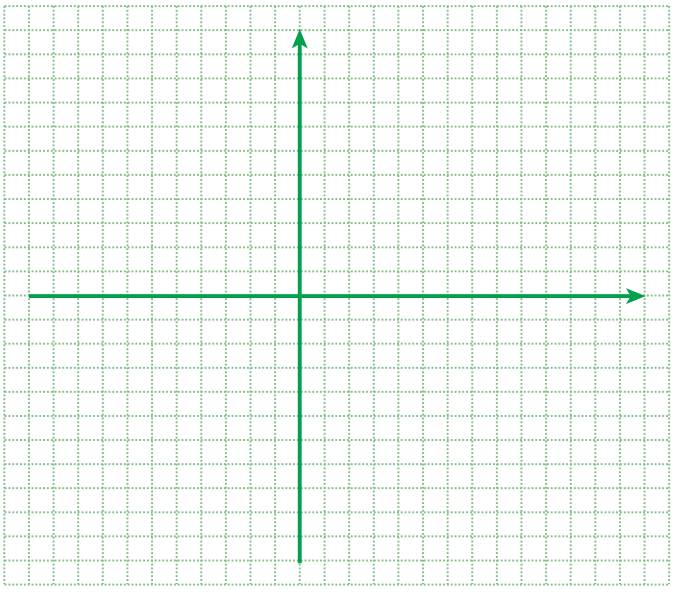
لتعيين نقطة ما، مثل $A(x.y)$ في مستوي إحداثي ننتقل على xx' بمقدار القيمة x ثمّ ننتقل بشكل موازٍ للمحور yy' بمقدار القيمة y وذلك حسب الإشارة الموجبة نحو الأعلى والسالبة نحو السالبة.

نسمّي: x فاصلة النقطة A ، y ترتيب النقطة A

تدريب

حدّد النقاط التالية على المستوي الإحداثي جانباً ثمّ اذكر في أيّ ربع تقع كلّ نقطة:

A(−2 , 3) B(4 , −5) C(−1 , −1) D(2.5 , 1.5)



تطبيق

ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة:

1. $A(\frac{-5}{6}, \frac{-3}{2})$ تقع في:

أ. الرّبع الرّابع　　ب. الرّبع الثالث　　ج. الرّبع الثاني　　د. الرّبع الأوّل

2. $M(0, \frac{-5}{3})$ تقع:

أ. على $0x'$　　ب. على $30y'$　　ج. في الرّبع الثاني　　د. في الرّبع الأوّل

3. $A(\frac{-7}{3}, \frac{1}{2})$ تقع:

أ. على $0y'$　　ب. على $0x'$　　ج. في الرّبع الثالث　　د. في الرّبع الثاني

نشاط

تستهلك سيّارة 1 ليتراً من الوقود في كلّ 10 كيلو متر (أي معدّل استهلاك الوقود 0.1 ليتراً في كلّ كيلومتر)

فإذا قطعت السيّارة مسافة x كيلومتر وكانت y كميّة الوقود المستهلك عندئذٍ:

أكمل الجدول الآتي:

x	10	20	30	40	50	.....
y	1	2	.....	.....	.....	.....

العلاقة بين y , x هي: ..... $= y$

ندعو العلاقة $y = 0.1x$ معادلة خطيّة بمجهولين.

لاحظ:

إنّ كلاً من الأزواج المرتبة $(0,0)$, $(10,1)$, $(20,2)$, $(30,3)$ ..... تحقّق المعادلة $y = 0.1x$

وندعوها حلولاً لهذه المعادلة.

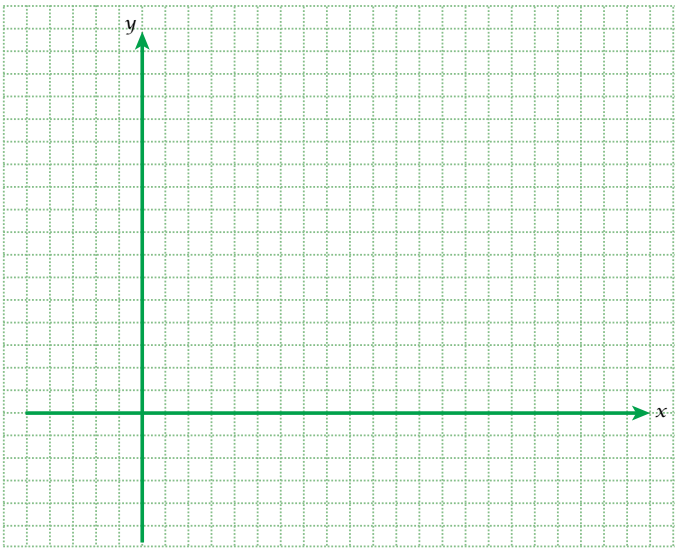
أيّ من الزوجين (20,3) , (13,1.3) حلّ لهذه المعادلة.

مثّل أزواج البيان (10,1) , (20,2) , (30,3) في المستوي الإحداثي الآتي ، حيث:

محور الفواصل يمثّل المسافة المقطوعة، ومحور التراتيب يمثّل كميّة الوقود المستهلكة.

صل النقاط الممثّلة لهذه الأزواج تحصل على ..... يمرّ من .....

ما المعادلة التي يمثّلها هذا المستقيم؟.....



تعلّم

إذا كان m عدداً حقيقياً معلوماً، فإنّ حلول المعادلة $y = m\,x$ تمثّل في المستوي الإحداثي بمستقيم مارّ من مبدأ الإحداثيّات وندعو m ميل هذا المستقيم.

تدريب

لتكن المعادلة. $y = 3x + 2$

1. أيّ الأزواج المرتبة (0 , 0) , $(\frac{1}{3},3)$, (1 , 5) , (−1, −1) لا تمثل حلاً للمعادلة.

2. ارسم ممثّل هذه المعادلة في المستوي الإحداثي.

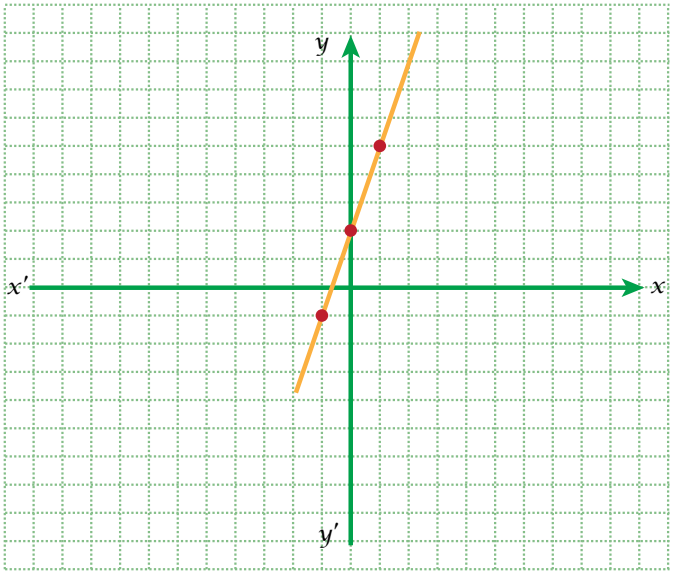
الحل

1

$(0\,،\,0)$	$(\frac{1}{3},3)$	$(5\,،\,1)$	$(-1\,،\,-1)$
$y = 3x+2$ $2+(0)3 = 0$ $2+0 = 0$ $2+\neq 0$	$y = 3x+2$ $3=3\left(\frac{1}{3}\right)+2$ $2+1 = 3$ $3 = 3$	$y = 3x+2$ $2+(1)3 = 5$ $2+3 = 5$ $5 = 5$	$y = 3x+2$ $+2\ (-1)3 = -1$ $2+-3 = -1$ $-1 = -1$
لا تمثّل حلاً للمعادلة	تمثّل حلاً للمعادلة	تمثّل حلاً للمعادلة	تمثّل حلاً للمعادلة

2

x	y
0	2
1	5
-1	-1

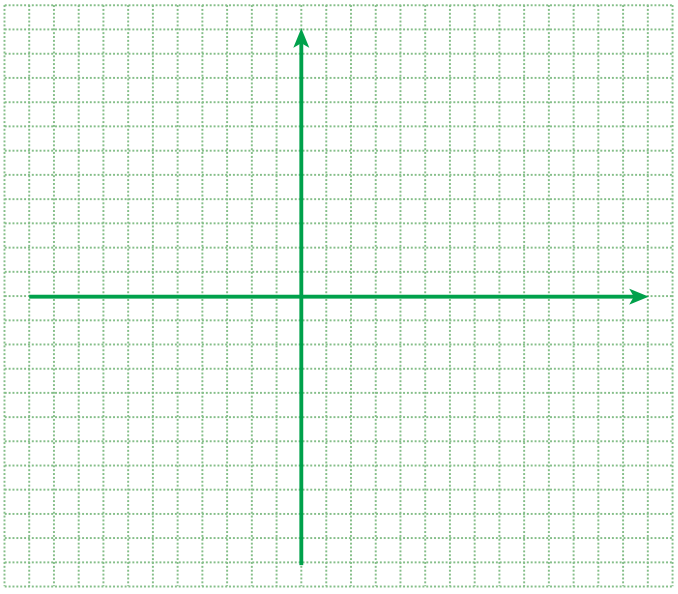


تدريب

لتكن المعادلة. $y = x$

1. أيّ الأزواج المرتبة $(0 , 0)$, $(3 , 3)$, $(1 , 2)$, $(-1 , -1)$ لا تمثّل حلاً للمعادلة.

2. ارسم ممثّل هذه المعادلة في المستوي الإحداثي.

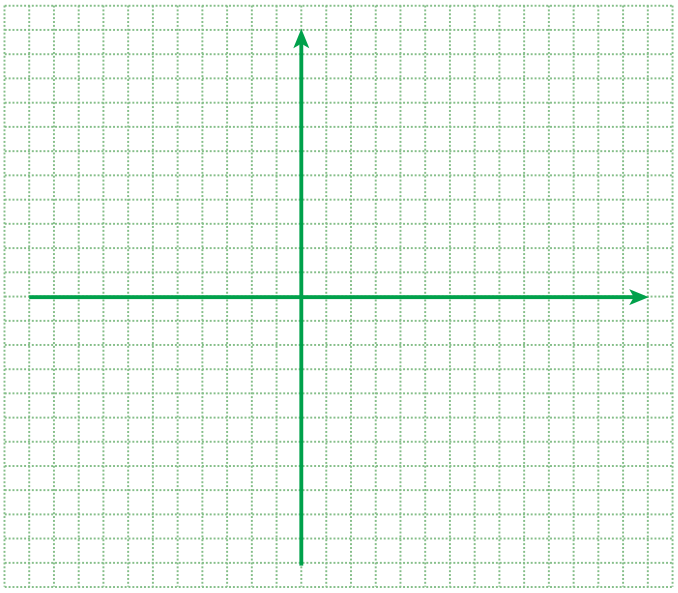


تدريب

لتكن المعادلة. $y = 0x+2$

1. أي الأزواج المرتبة $(0 , 2)$, $(3 , 2)$, $(1 , 2)$, $(-1 , -1)$ لا تمثّل حلاً للمعادلة.

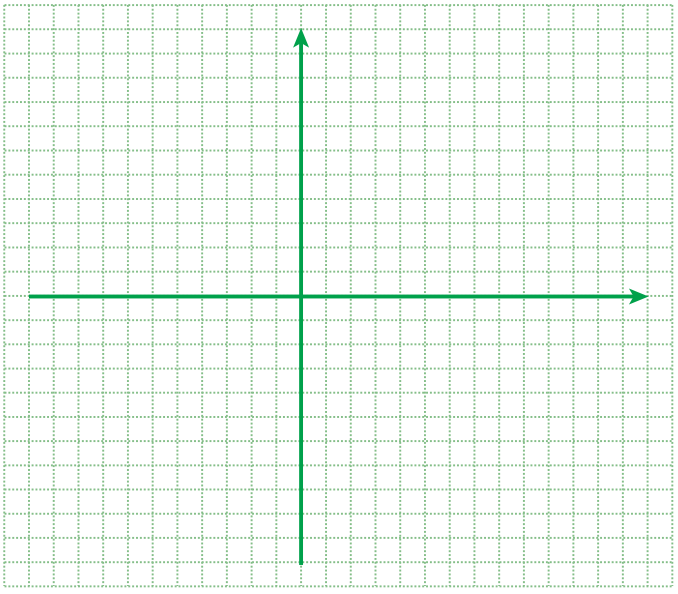
2. ارسم ممثّل هذه المعادلة في المستوي الإحداثي.



تدريب

لتكن المعادلة $y = 4x - 5$.

1. أي الأزواج المرتبة $(+5, 0)$, $(-1, 2)$, $(0, \frac{5}{4})$, $(+9, -1)$ تمثّل حلاً للمعادلة.
2. ارسم ممثّل هذه المعادلة في المستوي الإحداثي.



تدريب

ارسم المستقيم الممثّل للمعادلة $y = m\,x$ ويمرّ من النقطة $(1,2)$.

$y = mx$

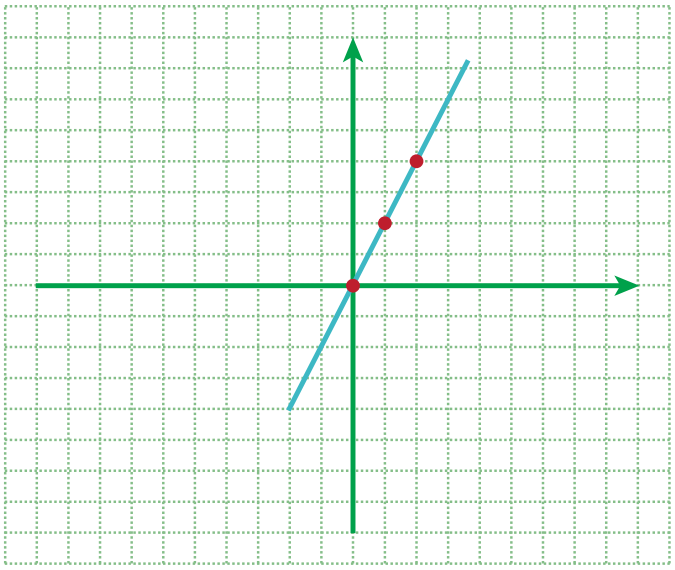
$2 = m(1)$

$2 = 1m$

$\frac{2}{1} = m$

فتصبح المعادلة: $y = 2x$

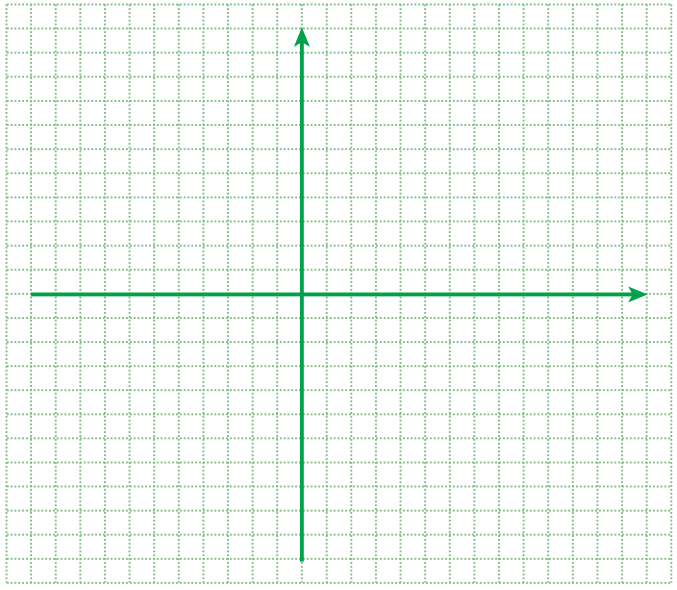
x	y
0	0
1	2



x	y
2	4

تدريب

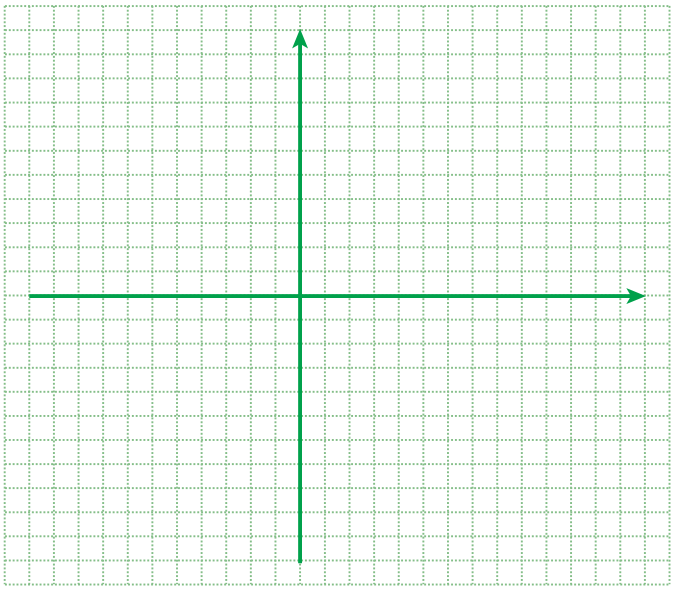
ارسم المستقيم الممثّل للمعادلة $y = m\,x$ ويمرّ من النقطة $(1,3)$.



تطبيق

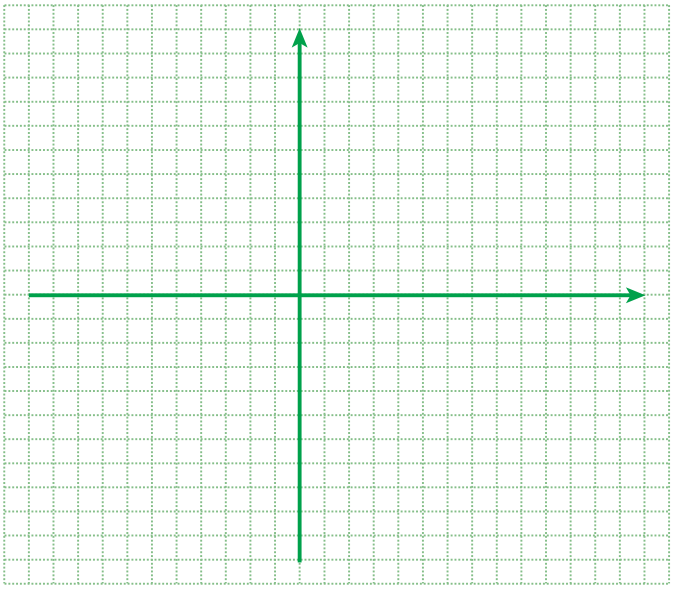
لتكن المعادلة $y = 2x$

1. أيّ الأزواج المرتبة $(4 , +9)$, $(-3 , -6)$, $(1 , 2)$ تمثّل حلاً للمعادلة.
2. ارسم ممثّل هذه المعادلة في المستوي الإحداثي.



تمرين

ارسم المستقيم الممثّل للمعادلة $y = m\,x$ ويمرّ من النقطة $(1 , 2)$.



اختبار وحدة العمليّات على الأعداد النسبيّة

أ. ارسم دائرة حول الإجابة الصحيحة فيما يلي:

1. **عند تحويل الكسر $\frac{53}{9}$ إلى عدد كسري يصبح:**

$5\frac{3}{9}$ $\quad$ $5\frac{8}{9}$ $\quad$ $50\frac{3}{9}$ $\quad$ $5\frac{3}{9}$

2. **أبسط صورة للعدد النسبيّ $-\frac{18}{63}$ هو:**

$-\frac{6}{21}$ $\quad$ $-\frac{2}{7}$ $\quad$ $-\frac{8}{7}$ $\quad$ $+\frac{2}{7}$

3. **القيمة المطلقة للكسر $-\frac{9}{5}$ هي:**

$\frac{9}{15}$ $\quad$ $\frac{3}{9}$ $\quad$ $\frac{9}{5}$ $\quad$ $\frac{17}{35}$

4. **النظير الجمعيّ للعدد الكسريّ $7\frac{2}{3}$:**

$-7\frac{2}{3}$ $\quad$ $-2\frac{7}{3}$ $\quad$ $-3\frac{2}{7}$ $\quad$ $17\frac{2}{3}$

ب. أوجد ناتج ما يلي:

1. $\frac{\left(\frac{5}{7}\right)^{6}}{\left(\frac{5}{7}\right)^{5}} =$

2. $-\frac{3}{9}\times\frac{17}{35} =$

3. $-\frac{5}{7}+\frac{17}{35} =$

4. $+\frac{4}{9}-\frac{13}{27} =$

ج. أوجد حلّ المعادلة التالية في $\mathbb{Q}$:

$$\frac{2}{5}+x=\frac{1}{2}x-3$$

الدرس الأول

طرائق العد

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. طرائق العد.
2. المبدأ الأساسي في العد

تذكّر

تعرفت في السابق معنى العبارات الآتية:

- عدد الطرائق.
- الأشياء التي يمكن القيام بها.

المبدأ الأساسي في العد

أمثلة

حديقة لها ثلاثة أبواب:

- ما هو عدد طرائق الدخول لها 3 طرائق
- ما هو عدد طرائق الخروج منها 3 طرائق
- إذا فرضنا تسمية الأبواب A , B , C ويكون

الدخول من A والخروج من B أوA أو C ، الدخول من B والخروج من A أو B أو C

الدخول من C والخروج من B أو A أو C (يمكن الخروج من الباب نفسه)

- فيكـون عـدد طرائق الدخول والخروج إذا كان الدخول من باب والخروج مـن باب مع أنه يمكن الخروج من الباب نفسه 9 طرائق.

الدخول من A والخروج من B أو C ، الدخول من B والخروج من A أو C

الدخول من C والخروج من B أو A (دون الخروج من الباب نفسه)

- فيكون عدد طرائق الدخول والخروج إذا كان الدخول من باب والخروج من باب آخر 6 طرائق

تعلّم

- إذا كان عدد طرائق القيام بعمل ما يساوي (n) طريقة ، ومن أجل كل طريقة من هذه الطرائق:
- كان عدد طرائق القيام بعمل آخر يساوي (m) طريقة.
- فإن عدد طرائق القيام بالعملين معاً يساوي $(m \times n)$ طريقة.
- يسمى ذلك بالمبدأ الأساسي في العد ويمكن تعميم هذا المبدأ على أكثر من عملين.

تدريبات

حلّ التمرين التالي:

لديك مجموعة الأرقام { 4 ، 9 ، 2} ونريد تشكيل عدد مكوّن من منزلتين:

الآحاد	العشرات	الأعداد الممكنة
2	إمّا2 أو 4 أو 9	.....
4	إمّا2 أو.....	.....
9	.....	.....
عدد الطرائق 3	عدد الطرائق	عدد الطرائق . .....

تطبيق:

لديك مجموعة الأرقام {1 ، 5 ، 3 ، 2}:

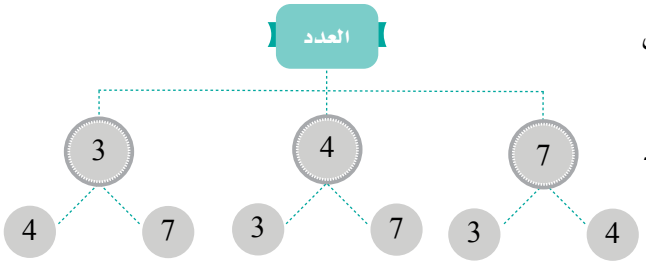
❶ نريد تكوين عدد من منزلتين مع إمكانيّة تكرار الرّقم في المنزلتين: بكم طريقة يمكن اختيار الآحاد؟..... بكم طريقة يمكن اختيار العشرات؟..... بكم طريقة يمكن تشكيل العدد من منزلتين؟	❷ نريد تكوين عدد من منزلتين دون تكرار الرّقم نفسه فيهما: بكم طريقة يمكن اختيار الآحاد؟..... بكم طريقة يمكن اختيار العشرات؟..... بكم طريقة يمكن تشكيل العدد من منزلتين؟ .....
❸ نريد تكوين عدد من منزلتين وفردي: ملاحظة العدد الفردي آحاده يكون فرديا بكم طريقة يمكن اختيار الآحاد؟..... بكم طريقة يمكن اختيار العشرات؟..... بكم طريقة يمكن تشكيل العدد من منزلتين؟	❹ نريد تكوين عدد من ثلاث منازل مع إمكانيّة تكرار الرّقم في المنازل: بكم طريقة يمكن اختيار الآحاد؟..... بكم طريقة يمكن اختيار العشرات؟..... بكم طريقة يمكن اختيار المئات ؟..... بكم طريقة يمكن تشكيل العدد؟.....

مخطط الشجرة

هي كتابة عدد الطرائق بشكل مخطّط على الشكل الآتي:

لدينا الأرقام {3، 4، 7} ونريد تشكيل جميع الأعداد المكوّنة من رقمين (آحاد وعشرات) دون تكرار.

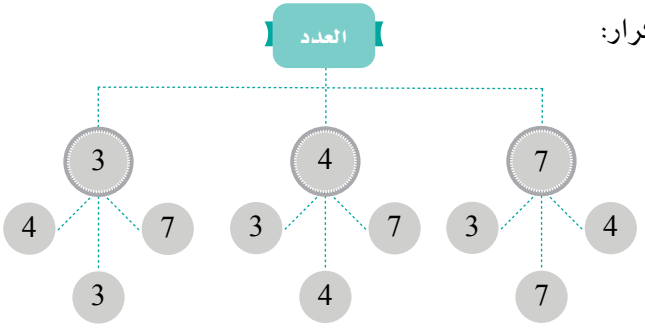
عدد الطرائق = 6 طرائق



تطبيق

نناقش تشكيل أعداد مكوّنة من رقمين مع إمكانيّة التكرار:

عدد الطرائق لتكوين العدد = 9 طرائق



الدرس الثاني

التباديل

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. التباديل.
2. حساب عدد التباديل.

تذكّر

تعرفت فالسابق:

- حساب عدد الطرائق لكل فعل.
- المبدأ الأساسي في العد لمعرفة عدد الطرائق الجزئية لكل اختيار.
- وعدد الطرائق الكلية من ناتج ضرب الاختيارات لجميع الطرائق.

تمرين محلول

شارك أحمد وزياد وخالد في سباق (100 m) جري، بكم طريقة يمكن ترتيب نتيجة السباق بشرط أن يكون لكلّ واحد منهم مرتبة مختلفة عن مرتبة الآخر؟

- عدد طرائق فوز أحد المتسابقين في المرتبة الأولى يساوي (3) طرائق حسب المبدأ الأساسيّ في العدّ.
- عدد طرائق فوز أحد المتسابقين في المرتبة الثانية يساوي (2) طرائق.....
- عدد طرائق فوز أحد المتسابقين في المرتبة الثالثة يساوي (...) طرائق.....
- وحسب المبدأ الأساسيّ في العدّ يكون عدد طرائق ترتيب نتيجة السباق = $3 \times 2 \times 1 = 6$.

وتكون الطرائق على الشكل التالي:

المرتبة الأولى	المرتبة الثانية	المرتبة الثالثة	النتيجة
أحمد	خالد	زياد	أحمد، خالد، زياد
أحمد	زياد	خالد	أحمد، زياد، خالد
خالد	أحمد	زياد	خالد، أحمد، .....
خالد	زياد	أحمد	خالد، ..... ، .....
زياد	أحمد	خالد	..... ، ..... ، .....
زياد	خالد	أحمد	..... ، ..... ، .....

- نسمّي نتيجة (أحمد ، خالد ، زياد) تبديلاً لثلاثة عناصر (متسابقين).
- إنّ عدد التباديل للمتسابقين الثلاثة يساوي (6) تباديل.
- نسمّي العدد (6) عدد تباديل ل (3) متسابقين ويرمز له ب P_3. ($P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$)
- وبالطريقة ذاتها يمكن أن نوجد:

$P_4 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$

$P_5 = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$

$P_2 = \ldots\ldots\ldots \times 1 =$

$P_6 = \ldots\ldots\ldots \times \ldots\ldots\ldots \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$

تعلّم

إذا قابلنا عناصر مجموعة بمواقع (مكانات) مختلفةدعونا هذا التقابل تبديلاً لعناصر هذه المجموعة.

في التباديل يكون عدد المختارين يساوي عدد الأماكن المطلوبة أو المختارة.

تدريب 1

تقدّم للمسابقة(3) متسابقين لوظيفة(مدير ، نائب مدير ، سكرتير) ما هي عدد طرائق الاختيار ؟

الحل

عدد طرائق اختيار المدير = 3

عدد طرائق اختيار النائب = 2

عدد اختيار سكرتير = 1

$P_3 = 3 \times 2 \times 1 = 6$ طريقة.

تدريب 2

لجنــة النظافة مكوّنة من (4) أعضــاء ما هي عدد الطرائق لاختيار المراتــب (الأولى ، الثانية ، الثالثة ، الرّابعة) ما هي عدد طرائق الاختيار؟

الحلّ

عدد طرائق اختيار المرتبة الأولى = 4

عدد طرائق اختيار المرتبة الثانية = ...

عدد اختيار المرتبة الثالثة = ...

عدد اختيار المرتبة الرّابعة = ...

..... = 1 × 2 ×..... × ..... = P_4 طريقة.

حلّ التمرين التالي

لديك الأرقام 6 , 5 , 4 , 2 أوجد عدد الأعداد المكوّنة لكلّ منها من (4) منازل من هذه الأرقام غير تكرار.

الدرس الثالث

التراتيب

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. التجربة العشوائية ومجموعة نواتجها.
2. الحدث ووقوع الحدث.
3. الاحتمال
4. حساب الاحتمال وقوع الحدث

تذكّر

- تعلمت فيما سبق التباديل بتطبيق المبدأ الأساسي في العد.
- معرفة عدد الاختيارات وعدد الأماكن المطلوبة.

تطبيق

غيث ومحمد وليث أعضاء منتجون في جمعية خيريّة نريد أن نختار منهم رئيساً لهذه الجمعيّة ونائباً للرّئيس، بكم طريقة

يتمّ ذلك الاختيار؟

- عدد طرائق اختيار رئيس للجمعية = 3 طرائق من الأعضاء الثلاث
- عدد طرائق اختيار نائب للجمعية = 2 طريقة
- عدد طرائق اختيار الرّئيس ونائبه = $3 \times 2 = 6$

فإذا رسمنا المخطط في الجدول التالي:

رئيس الجمعيّة	نائب رئيس الجمعيّة	النتيجة
غياث	محمد	غياث ، محمد
غياث	ليث	غياث ، ليث

رئيس الجمعيّة	نائب رئيس الجمعيّة	النتيجة
محمد	غياث	..... ، .....
محمد	ليث	..... ، .....
ليث	محمد	..... ، .....
ليث	غياث	..... ، .....

- قول النتيجة(غياث ، محمد) ترتيبٌ ثنائيّ.
- يوضّح الترتيب السابق أنّ غياث رئيس للجمعيّة و محمد نائب للرّئيس.
- عدد التراتيب في الحالة السابقة يساوي (6) تراتيب.
- نرمز لهذا العدد بالرّمز: $P\ (3\ ,\ 2) = 3 \times 2 = 6$

عدد الاختيارات المطلوبة — عدد عناصر المجموعة

ويمكن تعميم ذلك:

$P(4\ ,\ 2) = 4 \times 3 = ...$

$P\ (6\ ,\ 3) = \times 6 ..... \times .... = ...$

$P\ (9\ ,\ 5) = 9 \times ..... \times .... \times ..... \times 5 = ...$

تتم عملية الضرب بشكل متدرج من عدد عناصر المجموعة نزولاً إلى عدد الأعداد المضروبة طبقاً لعدد الاختيارات

تدريب 1

لجنة نظافة في المدرسة مكوّنة من 6 تلاميذ، بكم طريقة يمكن اختيار عريف ومعاون له؟

الحلّ

في التدريب نأخذ عدد العناصر وليس نوع العناصر

$P(6,2) = 6 \times 5 = 30$ ((30 طريقة للاختيار))

تدريب 2

لدينا مجموعة الأعداد $A = \{2, 4, 6, 7, 9\}$

بكم طريقة يمكن تكوين عدد مؤلف من ثلاثة منازل؟

في التدريب نأخذ عدد العناصر وليس نوع العناصر

الحلّ

الآحاد	العشرات	المئات
3	4	5

$P(5,3) = 5 \times 4 \times 3 = 60$ ((60 طريقة للاختيار)) في حالة عدم التكرار.

الآحاد	العشرات	المئات
5	5	5

عدد الطرائق $= 5 \times 5 \times 5 = 125$ ((125 طريقة للاختيار)) في حالة التكرار.

تعلّم

التبديل: إذا قابلنا عناصر مجموعة منتهية بمواقع (مكانات) مختلفة ، عددها عدد عناصر المجموعة نفسهانسمي هذا التقابل تبديلاً.

الترتيب: إذا قابلنا جزءاً من عناصر مجموعة منتهية بمواقع (مكانات) مختلفة ، عددها عدد عناصر هذا الجزءنفسه نسمي هذا الجزء ترتيباً.

الدرس الرابع

التجربة العشوائية

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

1. الفرص والاحتمالات.
2. االترجيح والتعادل.
3. حساب احتمال حدث.

تذكّر

لنتذكر معاً بعض المعلومات التي تعلمناها سابقاً:

- التجربة إجراء ما نقوم منه يتضمن عدة اختيارات.
- مثل تجربة رمي قطعة نقود لها وجهان ((H , T))·(شعار، كتابة)
- تجربة رمي حجر نرد، تجربة رمي قطعتي نقود معاً، حجري نرد معاً الخ.

مثال

عند رمي قطعة نقود يمكن أن يظهر شعار H أو كتابة T ، نسمّي عمليّة رمي قطعة النقود بالتجربة العشوائيّة

$S = \{H , T\}$ هي مجموعة نتائج التجربة.

تعلّم

التجربة العشوائية:تجربة يمكننا معرفة جميع نتائجها قبل إجرائها، ولكن عند إجرائها لا نعرف بالضبط أي نتيجة تظهر.

تدريب 1

إلقاء حجر نرد هو تجربة عشوائيّة.

مجموعة نتائج التجربة هي $S= \{1 , 2 , 3 , 4 , 5 , 6\}$

لأنّ حجر النرد له ستة أوجه.

الحدث

تعلّم

- التجربة العشوائية لها نتائج تسمى الحالات الممكنة.
- إذا أخذنا من تلك النتائج مجموعة جزئية منها، تسمى المجموعة الجزئية بالحدث وتسمى نتائج الحدث بالحالات المواتية.

تدريب 1

في تجربة رمي قطعة نقود:

- الحدث A هو ظهور شعار هو مجموعة جزئيّة من S حيث A = {H}.
- الحدث B هو ظهور كتابة هو مجموعة جزئيّة من S حيث B = {T}.

تدريب 2

في تجربة رمي حجر نرد:

- الحدث A هو ظهور عدد أقلّ من 5 حيث: A = {1 ، 2 ، 3 ،4}.
- الحدث B هو ظهور عدد أوليّ حيث B = {..... ، ..... ، .....}.
- الحدث C هو ظهور عدد زوجي حيث C = {... ، ..... ، .....}.
- الحدث D هو ظهور عدد أوليّ وفرديّ حيث D = {..... ، ..... ، .....}.

ملاحظة

عند ظهور أحد عناصر الحدث المعبر عنه بالرمز السابق عند حصول التجربة نقول ان الحدث قد وقع

تدريب 3

اكتب ثلاثة أحداث من عناصر S الأوّل يضمّ عنصراً واحداً والثاني يضمّ أربعة عناصر والثالث يضمّ خمسة عناصر.

الدرس الخامس

حساب الاحتمال

عزيزي الطالب /عزيزتي الطالبة، هيا بنا نتعرف على مانريد أن نتعلمه:

- سنتعلّم معاً حساب الاحتمال في تجربة ما.

ملاحظة

عند وقوع الحدث في التجربة أي حصلنا على أحد عناصر الحدث.

تعلّم

إذا كانت (S) هي مجموعة نواتج تجربة عشوائية، وكانت (S)مجموعة منتهية وجميع النواتج متساوية الفرص (الحظ)في الظهور أي لايوجد عنصر فرصة ظهوره أكثر من العنصر الآخر وليكن A حدث من (S)

فإن احتمال وقوع A = $\frac{\text{عدد عناصر A}}{\text{عدد عناصر S}}$

احتمال وقوع A يرمز له بـ P (A) $P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$

ملاحظة

المجموعة المنتهية هي المجموعة التي يمكننا معرفة عدد عناصرها.

مثال 1

صندوق يحتوي كرة حمراء وكرتين زرقاوين سحبنا كرة منه والمطلوب:

1 **احسب احتمال الكرة المسحوبة حمراء:**

الحل

(S) هو عدد الكرات الكليّة في الصندوق = 3

نسمّي A هو حدث الكرة المسحوبة حمراء فيكون احتمال A (عدد الكرات الحمراء = 1)

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{3}$$

2 **احسب احتمال الكرة المسحوبة زرقاء:**

الحل

نسمّي B هو حدث الكرة المسحوبة زرقاء فيكون احتمال B (عدد الكرات الزرقاء = 2)

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{2}{3}$$

مثال 1

دخل 8 أشخاص للتبرّع بالدّم وكانت زمرهم الدّمويّة على الشكل التالي:

زمرة الدّم	A	O	AB
عدد الأشخاص	2	1	5

أُختير شخص

1 احسب احتمال أن تكون زمرة دمه A:

2 احسب احتمال أن تكون زمرة دمه O:

3 احسب احتمال أن تكون زمرة دمه AB:

الحلّ

(S) هو عدد الأشخاص الكلي = 8

1 نفرض H هو حدث زمرة الدّم A فيكون احتمال H (عدد الأشخاص = 2)

$$P(H) = \frac{n(H)}{n(S)} = \frac{2}{8}$$

2 نفرض G هو حدث زمرة الدّم O فيكون احتمال H (عدد الأشخاص = 2)

$$P(G) = \frac{n(G)}{n(S)} = \frac{1}{8}$$

3 نفرض F هو حدث زمرة الدّم AB فيكون احتمال F (عدد الأشخاص = 2)

$$P(F) = \frac{n(F)}{n(S)} = \frac{5}{8}$$

تدريب

صندوق يحوي 9 بطاقات مرقمة من (1 حتى 9) سحبنا بطاقة واحدة من الصندوق والمطلوب، احسب احتمال:

1 البطاقة المسحوبة تحمل عدداً زوجيّاً.

2 البطاقة المسحوبة تحمل عدداً فرديّاً.

3 البطاقة المسحوبة تحمل عدداً أوليّاً.

عـدد البطاقـات الكليّ = 9، وعدد البطاقات الزوجيّة = 4، وعدد البطاقـات الفرديّة = 5، وعدد البطاقات التي تحمل عدداً أوليّاً = 4

اختبار وحدة الاحتمال

أ. **لجنة بناء سكني مكوّنة من 7 أعضاء، بكم طريقة يمكن اختيار رئيس ومعاون له لتلك اللجنة؟**

ب. **باقة ورود تضمّ: 4 وردات حمراء، و 3 صفراء، و 5 بيضاء نسحب وردة من تلك الباقة.**

1 ما احتمال الحصول على وردة بيضاء؟

2 ما احتمال الحصول على وردة حمراء أو بيضاء؟

2 ما احتمال الحصول على وردة ليست بيضاء؟

فريق العمل العلمي:

[إعداد وتحضير] مجموعة من المختصين التربويين من وزارة التربية في الجمهورية العربية السورية ووكالة الأمم المتحدة للإغاثة وتشغيل اللاجئين الفلسطينيين في الشرق الأدنى الاونروا ومنظمة الأمم المتحدة للطفولة اليونيسف

فريق العمل الفني:

[تنفيذ] مجموعة من الخبراء المختصين في اللغة العربية واللغة الإنكليزية والرياضيات والهندسة والرسم اليدوي والتصوير الضوئي والخط العربي والرسم الرقمي والتصميم الكرافيكي والإخراج الطباعي وإدارة المشاريع الفنية

[إنتاج] مركز بابل، شركة معروف للإنتاج الفني، دمشق، الجمهورية العربية السورية

[الموقع الإلكتروني] www.babel.productions

هذه الكتب مُخصصة لتقدّم مجاناً للأطفال وهي ليست للبيع.
تُساعد على التعلّم الذّاتيّ ولكنّها لا تُغني عن الكتاب المدرسيّ.